Projet de recherche en réponse à l'APR GICC 2002

Etude des politiques économiques destinées à promouvoir la séquestration du carbone dans les sols agricoles

RAPPORT FINAL

Responsable scientifique :
Katheline Schubert
Professeur de sciences économiques, Université de Paris 1
EUREQua
Maison des Sciences Economiques
106-112 bd de l'Hôpital
75647 Paris Cedex 13

Contributions de :
Mireille Chiroleu-Assouline, EUREQua, Université de Paris 1
Florent Pratlong, ERASME, Ecole Centrale Paris, et EUREQua, Université de Paris 1
Lionel Ragot, MEDEE, Université de Lille 1, et EUREQua, Université de Paris 1
Sébastien Roussel, Université de Montpellier 1
Katheline Schubert, EUREQua, Université de Paris 1

Etude des politiques économiques destinees a promouvoir la sequestration du carbone dans les sols agricoles

****

Rapport final, version révisée

Septembre 2005

1 Rappel : les objectifs de la recherche

L'objectif de cette recherche est d'approfondir l'étude des instruments économiques destinés à promouvoir une séquestration additionnelle de carbone dans les sols agricoles, qui pourrait constituer une façon relativement peu coûteuse pour la France de combattre le changement climatique.

Potentiel de séquestration

La possibilité de séquestration additionnelle de carbone dans les sols agricoles résulte de l'adoption de nouvelles cultures, ou de nouvelles pratiques plus séquestrantes. Les techniques simplifiées de travail du sol et le semis direct (dont l'arrêt total du labour), la gestion des résidus de cultures, ou encore l'irrigation et la fertilisation minérale en terres labourables sont autant de changements de pratiques agricoles possibles assurant une absorption de carbone supplémentaire[1]. La mise en place de haies ou le passage de cultures en prairies représentent des changements d'usage des terres offrant également des possiblités de séquestration additionnelle.

Il n'est pas pour autant possible de séquestrer indéfiniment une quantité infinie de carbone. Au contraire, adopter de façon continue une pratique particulière pour un type de culture donné, sur une parcelle de terre de qualité donnée, conduit à pouvoir séquestrer une quantité de carbone finie et connue des géologues, en un temps donné (de l'ordre de 20 à 25 ans), auquel nous nous référerons par la suite comme le potentiel absolu de séquestration : c'est le stock maximal de carbone pouvant être séquestré dans le sol. A un moment donné, une parcelle peut donc être caractérisée par son potentiel de séquestration additionnelle, égal à la différence entre son potentiel absolu de séquestration et le stock déjà accumulé. Le potentiel de séquestration additionnelle

[1] Ces pratiques permettent une activité agricole que l'on nomme désormais agriculture durable ('conservation tillage').

résulte ainsi à la fois de la qualité des terres, des cultures et pratiques jusqu'alors employées et de celles qui peuvent être ensuite adoptées.

Les coûts de la séquestration

Dans la mesure où l'adoption de pratiques séquestrantes est coûteuse, les exploitants agricoles ne séquestrent pas spontanément les quantités de carbone supplémentaires correspondant à une augmentation du bénéfice social. En effet, ils raisonnent sur leurs profits privés sans prendre en compte le bénéfice global supplémentaire (d'où la non prise en compte de la nature de l'externalité positive). Une évaluation exhaustive des coûts de séquestration est ainsi nécessaire pour les comparer avec les gains à attendre de la séquestration et déterminer le niveau de la régulation à mettre en place. En suivant Schneider (2002), on peut distinguer les différentes composantes des coûts mis en jeu :

- des coûts d'ajustement lorsque de nouvelles techniques de production souhaitables sont mises en place (coûts transitoires) et que celles-ci modifient la gestion coutumière de son exploitation par l'agriculteur, ou encore changent la nature des intrants agricoles utilisés ;
- des coûts d'opportunité (jouant sur le potentiel économique), étant donné que la structure de production et les ventes de biens ou services par les exploitants peuvent être éventuellement modifiées selon l'adoption de pratiques plus ou moins séquestrantes ;
- des rigidités pour la mise en place de pratiques séquestrantes, telles que la volonté affichée par certains de garder des modes de gestion traditionnels ;
- des effets indirects comme des changements sur les marchés agricoles (modification des prix) en fonction de la nature des produits ; des coûts de transaction en termes de mise en place des politiques ;
- et enfin, des conséquences au niveau international de l'action conduite au niveau national (notamment l'effet du 'leakage').

C'est l'existence de ces coûts, en particulier des coûts directs, qui justifie le versement d'aides et autres transferts à donner aux agriculteurs pour qu'ils adoptent les pratiques souhaitables.

Les instruments utilisés en information complète

Les instruments de politique économique envisagés doivent inciter les agriculteurs à rendre à la société un service de séquestration additionnelle de carbone dans le sol. Théoriquement, il faut donc les rémunérer pour ce service sur la base du nombre de tonnes de carbone additionnelles séquestrées ; la rémunération doit refléter le bénéfice social retiré de la séquestration d'une tonne de carbone supplémentaire dans le sol, de sorte que le bénéfice marginal associé à ce service soit égal au coût marginal de l'adoption par l'agriculteur de la technique qui va permettre de rendre ce service.

La première possibilité consiste en la mise en place d'une subvention. La subvention théorique, portant sur la tonne de carbone additionnelle séquestrée dans le sol, suppose réunies deux conditions fortes : (1) une information parfaite du régulateur sur les capacités de séquestration additionnelle de carbone de chaque exploitation agricole et (2) la possibilité de s'assurer

que les agriculteurs rendent effectivement à la société le service pour lequel ils sont rémunérés. Ces conditions sont très coûteuses à remplir (coûts de mesure et de contrôle élevés). En outre, une subvention calculée sur la base de la tonne de carbone additionnelle séquestrée peut être difficile à appliquer, et ce d'autant plus que l'hétérogénéité entre les exploitations et le potentiel d'adoption des agriculteurs est grande. En effet, une telle subvention peut être ressentie comme compliquée et sujette à manipulation, dès lors que la mesure de la quantité de carbone additionnelle séquestrée est un travail d'experts non vérifiable par les agriculteurs.

Une telle subvention n'est donc pas aisée à mettre en place. C'est pourquoi on s'intéresse le plus souvent à une autre forme de subvention, à laquelle le régulateur et les agriculteurs sont davantage habitués (cf. les primes à l'hectare de la PAC) : la subvention unique par hectare. Dans ce cas, on offre à chaque agriculteur le même montant de subvention par hectare pour passer à une pratique spécifiée, indépendamment du carbone additionnel qu'il séquestre. Le passage est volontaire. En bref, on paie l'agriculteur pour qu'il adopte une pratique donnée, mais pas par unité de bénéfice environnemental en matière de séquestration que cette pratique va engendrer. Cette solution ne tient pas compte de la grande variabilité spatiale qu'il peut exister dans les bénéfices et les coûts engendrés par la nouvelle pratique, et peut donc s'avérer très inefficace économiquement. Néanmoins, elle a l'avantage d'être simple, et de ne pas nécessiter la détermination exacte des capacités de séquestration additionnelle de chaque exploitation, ce qui la rend beaucoup moins coûteuse à mettre en place. Notons que cette solution nécessite tout de même que soient engagés des coûts de contrôle des comportements effectifs des agriculteurs.

Une autre possibilité consiste à utiliser un mécanisme de marché, c'est-à-dire à insérer le dispositif incitatif à la séquestration du carbone dans un marché de crédits d'émissions négociables. Les agriculteurs recevraient de l'Etat des crédits de carbone négociables sur le marché organisé hors du secteur agricole. Au prix de marché du carbone, les agriculteurs pourraient choisir de vendre leurs crédits et passer aux pratiques favorables à la séquestration, ou de les conserver et garder les pratiques usuelles. Pour qu'un tel dispositif ait un sens, il faut bien sûr qu'il existe un marché qui fonctionne bien en dehors du secteur agricole. Le problème associé à cette solution tient de nouveau dans la difficulté de mesurer et de vérifier la quantité de carbone séquestrée, qui crée une incertitude sur le montant de carbone effectivement acheté et vendu.

Nous avons proposé d'appofondir la réflexion théorique sur le type de régulation envisageable compte tenu de l'ensemble des contraintes identifiées, qui soit à la fois acceptable par les agriculteurs et qui donne les résultats les plus efficaces possibles. Ce rapport rend compte de nos travaux.

2 Asymétries d'information et incitation à la séquestration du carbone dans les sols agricoles

Mireille Chiroleu-Assouline et Sebastien Roussel

Subvention à l'hectare ou subvention par tonne additionnelle de carbone séquestrée ?

Nous avons noté que la subvention unique à l'hectare est la subvention la plus facile à mettre en place mais qu'elle peut être largement inefficace, tant d'un point de vue économique qu'environnemental, puisqu'il n'y a pas de différence entre les transferts selon les surfaces dédiées à la séquestration.

La subvention par tonne de carbone additionnelle stockée suppose à la fois une information complète et parfaite du régulateur sur le stockage additionnel du carbone de chaque exploitation, et un coût de contrôle non prohibitif pour un régulateur afin d'observer si les services rendus par les agriculteurs sont effectifs.

Pautsch *et al.* (2001) comparent les coûts espérés de la séquestration du carbone dans les sols agricoles entre deux politiques de subventions en fonction des tendances d'évolution des quantités et des coûts : la première est une politique de subvention simple à l'hectare tandis que la seconde est une politique de subvention discriminante en fonction des capacités qu'ont les exploitants à séquestrer du carbone[2], et se rapproche donc davantage d'une subvention par tonne de carbone séquestrée. Ils arrivent à la conclusion que le coût de mise en place de la seconde politique peut être prohibitif, ce qui provoquerait des blocages politiques, alors qu'un coût global plus faible peut être obtenu à terme avec une politique différenciée. Antle *et al.* (2003) mettent quant à eux en évidence qu'une politique de contrats fondée exclusivement sur les paiements à la tonne de carbone (sans que ceci ne soit fondé sur des pratiques durables spécifiques), et ce, en prenant en compte l'hétérogénéité spatiale des systèmes de production agricoles, peut être plus efficace qu'une politique assurant un paiement à l'hectare. Les coûts d'opportunité et de mesure sont ainsi étudiés, et ils montrent que le coût total global peut être plus faible que le coût d'une politique reposant sur des contrats à l'hectare.

En définitive, établir la supériorité d'un type de subvention sur l'autre impose de procéder à une évaluation détaillée des coûts de mise en place des deux politiques en comparaison avec leurs coûts de suivi (notamment pour la politique par tonne de carbone) et les gains potentiels à moyen terme. L'hétérogénéité des terres est ainsi un élément crucial à prendre en compte dans le diagnostic, et dans le cas où l'information serait complète et à coût nul sur la performance en matière de séquestration, elle conduit à préférer les subventions à la tonne aux subventions à l'hectare. En réalité, l'information sur les performances est coûteuse, et si les coûts de mesure et de contrôle sont élevés, mieux vaut s'en tenir à de simples subventions à l'hectare.

Hétérogénéité des terres et asymétries d'information

L'hétérogénéité des terres cultivées a plusieurs aspects : elles sont hétérogènes en qualité, ce

[2] Le paiement se fait également à l'hectare mais est différencié pour des pratiques durables.

qui influence leur productivité et détermine par conséquent le choix des cultures, mais aussi en termes d'historique de la séquestration effectuée sur ces terres (cf section 3).

Cette hétérogénéité associée aux terres n'est pas observée par le régulateur - ou à un coût élevé - ce qui constitue les bases d'une situation d'asymétrie d'information, néanmoins plus complexe. En effet, le régulateur n'observe pas non plus les pratiques mises en œuvre avant la signature du contrat par les agriculteurs : cette double insuffisance d'information peut être résumée comme une asymétrie d'information sur le potentiel de séquestration additionnelle des terres. Ce type d'asymétrie d'information portant sur le type des agents est habituellement désigné comme une situation de sélection adverse.

À celle-ci s'ajoute l'impossibilité pour le régulateur d'observer, sans coût important, le comportement des agriculteurs pendant l'exécution du contrat, ceux-ci pouvant ne pas respecter leur engagement de changer de cultures et/ou d'adopter des pratiques favorisant la séquestration : situation dite de comportement caché ou d'aléa moral.

La conséquence de l'existence de telles asymétries d'information est que les instruments économiques de premier rang (comme les subventions par tonne de carbone séquestré, et *a fortiori* les subventions à l'hectare habituellement considérées) ne sont alors pas efficaces, les agriculteurs pouvant bénéficier d'une rente d'information. Il peut être néanmoins avantageux pour le régulateur de s'épargner les coûts de contrôle lorsqu'ils excèdent ces rentes d'information. Les subventions sont de toute façon des instruments économiques tout à fait appropriés à refléter le bénéfice marginal social du stockage tout en intégrant les contraintes informationnelles que nous venons d'évoquer par le biais d'un contrat entre un régulateur et des exploitants agricoles[3].

La contribution de ce papier vise notamment à identifier la forme des transferts permettant de lever ces situations d'information incomplète. Bien que les phénomènes de sélection adverse et d'aléa moral puissent ainsi être pris en compte par des mécanismes incitatifs contractuels, la question de l'imperfection de l'information proprement dite pour l'évaluation du carbone stocké, à la fois du côté de l'agriculteur et du régulateur, résulte principalement d'un problème technique. De ce fait, la pertinence de l'instrument que nous proposons est fonction des possibilités techniques actuelles de mesure et de contrôle.

Le modèle et ses enseignements

Le modèle développé pour étudier ce problème est par conséquent un modèle principal-agent en dynamique, avec asymétrie d'information à la fois *ex ante* et *ex post*. Il permet de définir les schémas de rémunérations/sanctions, associés à différentes procédures de contrôle, qui limitent le coût global supporté par le régulateur. Nous déterminons ainsi les incitations à donner aux firmes agricoles par les autorités de régulation pour que d'une part ces firmes puissent être clairement identifiées (connaissance de leurs caractéristiques intrinsèques à vocation séquestrante), et d'autre part pour qu'elles réalisent les actions souhaitables pour séquestrer du carbone dans leurs sols agricoles en fonction de leurs caractéristiques.

Nous montrons que le régulateur doit arbitrer entre deux possibilités et choisir la moins

[3] Le contrat fixe ainsi les modalités d'attribution des subventions.

coûteuse :

- contrôler parfaitement et en permanence les cultures entreprises, les pratiques utilisées et les stocks de carbone effectivement séquestrés et ne subventionner les exploitations qu'en fonction des résultats mesurés ;
- accepter le coût d'une certaine asymétrie d'information en versant des subventions plus élevées mais calculées de façon à inciter les agriculteurs à révéler leur information privée sur leur potentiel de séquestration et à respecter les engagements pris.

3 Timing et instruments de la politique optimale de séquestration du carbone par les sols agricoles

Lionel Ragot et Katheline Schubert

La dissymétrie du processus de séquestration / déséquestration

Cette contribution a pour ambition d'analyser sur la longue période la séquestration / déséquestration optimale de carbone dans les sols agricoles, pour ensuite définir les propriétés de l'un des instruments économiques qui pourraient être mobilisés pour inciter les exploitants à implémenter cette solution optimale. Nous nous situons donc dans une perspective de croissance de long terme. La perspective de long terme n'est pas uniquement employée pour rappeler qu'il s'agit de processus qui s'inscrivent nécessairement dans le temps ; elle impose également la prise en compte explicite de certains éléments de la problématique souvent négligés dans la littérature théorique. L'un d'entre eux retient plus particulièrement notre attention : la dissymétrie du processus physique de séquestration / déséquestration du carbone dans les sols. Cette dissymétrie est, selon les experts de l'INRA, la caractéristique dominante du processus dynamique de stockage du carbone, le stockage étant beaucoup plus lent que le déstockage (le premier se mesure en dizaines d'années, le second plutôt en années). La politique économique retenue pour inciter les agriculteurs à adopter des pratiques conduisant au stockage doit intégrer cette caractéristique dynamique.

Le modèle et ses enseignements

Les caractéristiques principales du modèle, adapté de Feng, Zhao et Kling (2002), sont les suivantes. L'activité économique engendre des émissions de carbone qui s'accumulent dans l'atmosphère. Des bénéfices sont associés aux flux d'émissions, et des dommages au stock net de carbone, différence entre le stock brut et le stock séquestré dans les sols agricoles. La séquestration a un coût, fonction de la quantité de terres qui y est consacrée. Quand une parcelle de terre est dévolue à la séquestration, elle stocke graduellement le potentiel ; quand elle retourne à un usage normal, elle déstocke du carbone plus rapidement qu'elle ne l'a stocké. La quantité totale de terres qui peut être dévolue à la séquestration est bornée supérieurement. De même, à chaque date, la quantité de terres nouvelles pouvant servir à séquestrer est bornée supérieurement, tout comme la quantité de terres sur lesquelles on retourne aux pratiques normales.

Cette hypothèse traduit l'existence de coûts et de limites physiques aux changements d'usage des terres. Le processus de séquestration / déséquestration est irréversible, au sens où il n'est pas possible de recommencer à séquestrer sur une parcelle sur laquelle on a déjà séquestré puis déséquestré du carbone. Le problème consiste alors à décider à chaque instant du montant des émissions de carbone et de la quantité de terres nouvellement dévolues à stocker du carbone ou retournant à un usage normal, compte tenu de l'évolution des stocks de carbone et de terre, et des contraintes.

Nous déterminons analytiquement les différentes solutions possibles de ce modèle, puis calibrons les paramètres, variables et fonctions en jeu afin de déterminer laquelle de ces solutions correspond au cas de la France. Le calibrage du modèle sur données françaises conduit à un résultat très tranché : l'adoption des pratiques séquestrantes doit être pérenne, un stockage additionnel temporaire n'est jamais optimal. Cet exercice empirique montre également combien la politique optimale est sensible, d'une part au coût de la séquestration et d'autre part à la vitesse à laquelle peut s'opérer le basculement vers des pratiques séquestrantes.

Enfin, nous étudions un instrument de politique économique, le Plan d'Epargne Carbone, permettant de décentraliser la politique optimale de séquestration. L'exploitant reçoit à chaque période les intérêts d'un compte d'épargne crédité en fonction des surfaces passées aux nouvelles pratiques, et débité dans le cas contraire. De cette façon, il est incité à la fois à séquestrer du carbone quand cela est optimal, et à ne pas déséquestrer, ce qu'une simple subvention à l'hectare ne peut pas réaliser. Cependant, le régulateur doit posséder une information parfaite sur les actions des exploitants et sur les caractéristiques du processus de séquestration / déséquestration.

4 La séquestration du carbone dans les sols agricoles : proposition pour un marché de quotas transférables

Florent Pratlong

Cette contribution propose le recours à un mécanisme de marché portant sur les tonnes de carbone séquestrées pour inciter les agriculteurs à séquestrer davantage de carbone dans leurs sols agricoles. Un tel dispositif repose sur la définition d'un objectif de séquestration globale et laisse à chaque exploitant la décision d'entreprendre des efforts additionnels ou de recourir au marché des tonnes de carbone séquestrées. Ce mécanisme s'apparente ainsi à un contrat individuel sur l'exploitation présentant l'avantage de favoriser la séquestration à moindre coût, étant donné que les sources les plus efficientes à la séquestration auront l'intérêt d'entreprendre le stockage du carbone dans leurs sols.

Incentive mechanisms to sequester carbon in agricultural soils[!]

Mireille Chiroleu-Assouline["]

EUREQua, University Paris 1 Panthéon-Sorbonne and CNRS

Sébastien Roussel

LAMETA, University Montpellier 1

and ERASME, Ecole Centrale Paris

14th Annual Conference of the European Association of Environmental and Resource Economics, Bremen

June 22, 2005

P*reliminary version*

Do not quote without permission of the authors

Abstract

This paper studies economic instruments to sequester carbon in agricultural soils under symmetric and asymmetric information frameworks. Issues regarding potentials for carbon sequestration as well as sequestration costs and lands heterogeneity are investigated.

JEL classification : D60 - D62 - E62 - H23 - Q28.

Keywords : Adverse selection - Carbon sequestration - Subsidies.

Acknowledgement 1 *The authors wish to thank the participants of the Journées de Microéconomie Appliquée 2005 for very useful comments and suggestions.*

[*]This study was suported by the IPCC (APR GICC 2002).

[†]*Corresponding author. Address* : EUREQua, U.M.R. n° 8594 CNRS, Université de Paris 1 Panthéon-Sorbonne, Maison des Sciences Économiques, 106–112 bd. de l'Hôpital, 75647 Paris Cedex 13, France. Telephone : +33 1 44 07 82 24. *E-mail :* Mireille.Chiroleu-Assouline@univ-paris1.fr

1 Introduction

This paper studies economic instruments to sequester carbon in agricultural soils under symmetric and asymmetric information frameworks. Issues regarding potentials for carbon sequestration as well as sequestration costs and lands heterogeneity are investigated.

We define incentive mechanisms to enhance carbon sequestration as a principal-agent relationship (Laffont and Martimort [5]) between a regulator and agricultural firms.

1.1 Current issues and the literature

Additional carbon quantities in agricultural soils are gained by the implementation of new cultures or new management practices. Significant illustrations of these practices are conservation tillage, irrigation and mineral fertilization. It has been pointed out that agricultural carbon sequestration could be a relatively low cost opportunity to mitigate greenhouse gas concentration (McCarl and Schneider [10] ; Schneider [14]) and a promising means that could be institutionalised through the Kyoto Protocol[1]. The potential for carbon sequestration of U.S. cropland through improved management could be set to 75–208 MMTC/year (Feng *et al.* [4] referring to Lal *et al.* [8]).

Nevertheless, several points must be stressed. These points broadly stand for additive potentials for carbon sequestration, sequestration costs, and soils heterogeneity that design the choice of regulatory instruments by governments. Firstly, consider a switch to management practices that sequester more carbon. Insights show that this is not possible to sequester an infinite quantity of carbon on a given plot of land. The adoption of particular practices for a given culture enables to sequester a finite quantity of carbon that is the absolute potential for carbon sequestration associated to these culture and practices; this is why a plot of land can be defined by its potential for additional carbon sequestration which is the gap between the maximal absolute potential for carbon sequestration in this area and the accumulated carbon stock for a given time period. The potential for additional carbon sequestration depends on land quality as well as on past and upcoming cultures and practices. Secondly, farmers do not switch spontaneously to practices that increase social benefits. They indeed assess their private costs whilst ignoring the positive externality through higher sequestration that enhances social benefits. A full assessment that compares costs and gains of carbon sequestration must therefore be conducted. Schneider [14] states these different costs as adjustment costs, opportunity costs, stickiness, market changes, and environmental and international co-effects. As a consequence, policymakers must counteract direct

[1] Carbon sequestration is integrated through forest sinks in the Kyoto protocol (article 3.3) ; additional land use activities are currently negotiated through article 3.4 of the Protocol.

costs while inducing sustainable sequestering practices to increase carbon sequestration in soils. To this end, they have the opportunity to propose monetary transfers as subsidies to bring about suitable practices. Last, the subsidy choice sets public policies regarding soils heterogeneity. Two subsidies are available for a regulator : the per-tonne subsidy and the per-hectare or lump-sum subsidy. Pautsch *et al.* [12] and Antle *et al.* [1] emphasize that per-hectare subsidies could be less efficient than per-tonne subsidies. However, technical constraints generally prevent the implementation of per-tonne subsidies. The heterogeneity of lands and costly processes to monitor information then lead to per-hectare subsidies.

In connection with these issues, the question we want to challenge in this paper is the following one : how lands heterogeneity should be taken into account ? The heterogeneity of cultivated lands does rely on the quality of soils that influences their production productivities. Furthermore, this deals with the stocks of carbon that have been reached on these lands. This heterogeneity is not observed by a regulator and this creates information asymmetries between a regulator and farmers through private informations on the farmers side. Moreover, a regulator cannot observe past agricultural practices on these soils. As a result, these lacks of information can be summed up as an asymmetry on the potential for additional carbon sequestration which results of the past practices and of the dynamics of carbon sequestration. This depicts an adverse selection setting. In addition, the regulator cannot observe farmers behaviours when a contract is signed between parties. Farmers can therefore deviate from their commitments in terms of cultures and sequestering practices and raise hidden behaviours creating a moral hazard setting.

The coexistence of these asymmetries prevent a regulator from using first-best economic instruments as long as farmers get information rents. Nonetheless, incentive schemes between a regulator and agricultural firms while using a subsidy component can reflect marginal social benefits and informational constraints.

We develop consequently an intertemporal principal-agent model with informational asymmetries. We derive payments and sanctions that cut costs for the regulator ; we define contracts in order to induce truthful revelation by the firms regarding their intrinsic characteristics towards carbon sequestration.

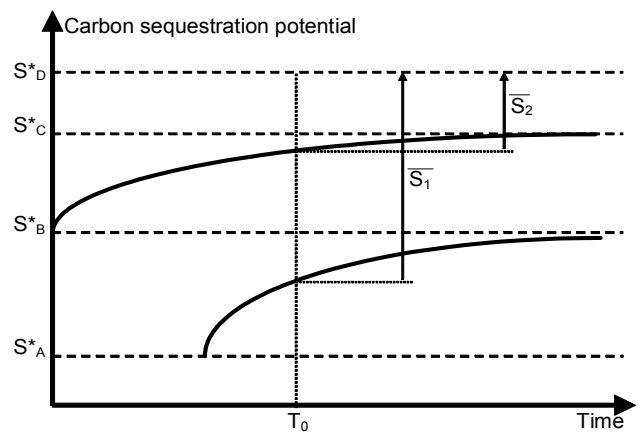
1.2 Organisation of the paper

The rest of the paper is organised as follows. Section 2 presents the basic assumptions and the model design. Section 3 compares firms behaviours and the social planner objective, and gives the menu of contracts for symmetric and asymmetric information frameworks. Section 4 shows how moral hazard should be taken into account, introduces discussions regarding the optimal length of incentive contracts and exhibits how a non-point source externality could occur due the use of polluting inputs. Last, section 5 concludes.

2 The model

The heterogeneity depends on land quality as well as on past and upcoming cultures and management practices. Plots of land can be of different qualities. Even in case of equal quality, the ability of plots of land to sequester carbon can differ, according to the past cultures and practices.

Consider a maximum potential for additional quantities of carbon in specific plots of land of a given quality. The maximal absolute potential for carbon sequestration is the same ($S_D^!$) for two plots of land. The dynamics of carbon sequestration is represented by the following figure, according to most empirical studies (INRA [6]). Suppose that more sequestering practices had been adopted on plot 2 sooner than on plot 1. At the date of implementation of the policy (T_0), the potential for additional carbon sequestration of plot 2 ($\overline{S_2}$) is less than the potential for additional carbon sequestration of plot 1 ($\overline{S_1}$) .



Potentials for additional carbon sequestration

Cultures and practices by agricultural firms give carbon sequestration flows denoted by q_t whereas the cumulated carbon stock is set as S_t[2].

$C(y_t, q_t, s_t)$ are exploitation costs for an individual firm established by the firm output y_t, the carbon sequestration flow q_t, and its remaining potential for additional carbon sequestration s_t which is set as the gap, during period t, between the potential for additional carbon sequestration in this plot of land and accumulated stocks. This gap can be formally written as $s_t = \overline{S} \# S_t$, i.e. this is the remaining potential for carbon sequestration or the sequestration path that has been achieved. Our cost function modelling can be explained as follows. The efficiency of a particular firm

[2]Throughout this paper the time period is denoted by the subscript t.

in sequestering could have been introduced by the way of a conventional efficiency parameter θ[3]. However, we rather directly allow for potentials for additional carbon sequestration denoted by $\overline{S}$ where the real type of the firm is distributed according to $\overline{S}$ in a continuous manner such that $\overline{S} \in [\overline{S}_{\inf}, \overline{S}_{\sup}]$. $\overline{S}_{\inf}$ therefore accounts for the least efficient type or the firm with the lowest absolute potential for carbon sequestration while $\overline{S}_{\sup}$ accounts for the most efficient type or the firm with the highest absolute potential for carbon sequestration. $f(\overline{S})$ represents the probability density function on $[\overline{S}_{\inf}, \overline{S}_{\sup}]$ and $F(\overline{S})$ is the cumulative distribution function. As a consequence the less the cultures and the practices were previously sequestering, the less it is costly to switch to better practices. The total cost negatively depends on the absolute potential for carbon sequestration $\overline{S}$. For exhaustivity, our cost function allows for the hypothesis that exploitation costs depend on the potential for additional carbon sequestration for each firm s_t. Let us mention that this cost dependency on the accumulated stock does raise an asymptotic cost growth (Levhari and Liviatan [9]). In the following, we will distinguish two cases : the global cost depends only on initial conditions about carbon sequestration ability, i.e. on the potential for additional carbon sequestration $\overline{S}$ (assumption $A3$) or it depends on the remaining potential for additional carbon sequestration s_t (assumption $A3''$).

The cost function $C(y_t, q_t, s_t)$ is defined by the following assumptions (A) :

- $A1$: $C_{yy} = \dfrac{\partial^2 C}{\partial y^2} \geq 0$, convexity in the output y_t ;
- $A2$: $C_{qq} = \dfrac{\partial^2 C}{\partial q^2} \geq 0$, convexity in the carbon sequestration flow q_t ;
- $A3$: $C_{\bar{S}} = \dfrac{\partial C}{\partial \bar{S}} \leq 0$, monotonicity,

  and $C_{\bar{S}\bar{S}} = \dfrac{\partial^2 C}{\partial \bar{S}^2} \geq 0$: the lower $\bar{S}$ is, the higher the costs for sequestering practices in the future are. $C_{\overline{S}y} \leq 0, C_{\overline{S}q} \leq 0$;
- $A3''$ (*alternative hypothesis*) : $C_s = \dfrac{\partial C}{\partial s} \leq 0$, (which implies $\dfrac{\partial C}{\partial S} \geq 0$) monotonicity, and $C_{ss} = \dfrac{\partial^2 C}{\partial s^2} \geq 0$;
- $A4$: $\dfrac{\partial^2 C}{\partial q \partial s} \leq 0$, the Spence-Mirrlees condition or the single-crossing property. This assumption means that when the remaining potential for carbon sequestration s is greater, the marginal cost of an additional carbon sequestration unit is lower ;

[3] The characteristics of the firm modelled as an individual performance index.

% $A5$: $\dfrac{\partial^2 C}{\partial y \partial q}$ & 0 ;

% $A6$: $\dfrac{d}{d\overline{S}}(\dfrac{F(\overline{S})}{f(\overline{S})})$ & 0 and $\dfrac{d}{d\overline{S}}(\dfrac{1 \# F(\overline{S})}{f(\overline{S})})$ ' 0 that account for monotone inverse hazard rates properties insuring separating contracts. The monotonicity condition $A3$ holds as the monotone inverse hazard rate property is a sufficient condition.

The remaining potential for additional carbon sequestration s_t ($s_t = \overline{S} \# S_t$) may thus reflect asymmetric information in the following two ways :

! First, the adverse selection case through $\overline{S}$ that arises when agricultural firms do not display their real characteristics regarding their real potentials for carbon sequestration (hidden information for the planner) ;

* Second, the moral hazard case through S_t that appears when agricultural firms do not commit with their sequestering cultures and practices (hidden behaviours by the firms).

In a first step, we only deal with the adverse selection case. This is why, when agricultural firms have committed to sequester carbon quantities using the practices requested by the regulator and if these practices are fully observable, the informational asymmetry refers to the highest potential for carbon sequestration that is announced by the firms.

In a second step, we will consider the moral hazard case which is created by high costs of monitoring that induce that the firms do not fulfill to their contractual commitments.

3 Regulation depending on the informational context

In our framework, the variables of commands are the output y_t of the agricultural firm and the sequestered carbon flow q_t whereas the state variable is the total sequestered carbon stock at date t, S_t.

We will show that our analysis is strictly equivalent to the standard problem of the exploitation of a natural exhaustible resource of which available stock $\overline{S}$ is unknown by the planner. q_t is then the extracted amount during the time period t, while S_t accounts for the extracted stock.

The economy is composed by a representative firm and by a representative consumer. Suppose that agricultural carbon sequestration increases welfare in the eco nomy : sustainable practices indeed elevate the quantities of carbon in soils and we assume that there are not any emissions from the agricultural sector. The planner social welfare function can then be defined as the sum of the Consumer Surplus (V), depending on the agricultural output y_t and on the sequestered carbon stock S_t, and the profit of the agricultural firm $\pi(y_t, q_t, s_t)$, that is $W = V + \pi$.

The consumer surplus writes :

$$V = U(y_t, S_t) \# p_y y_t \# (1+\lambda)T(\overline{S})$$

where λ is the marginal cost of public funds or the opportunity cost of the regulation ; $T(\overline{S})$ is the monetary transfer given to the firm to infer carbon sequestration in its plots of lands ; p_y is the exogenous market price of the agricultural commodity. Under incomplete information, the monetary transfer induces revelation.

The profit of the agricultural firm is

$$\pi(y_t, q_t, s_t) = p_y y_t \# C(y_t, q_t, s_t) + T(\overline{S})$$

which can be written as

$$T(\overline{S}) = \pi(y_t, q_t, s_t) \# p_y y_t + C(y_t, q_t, s_t)$$

Introducing this expression in V, we obtain

$$V = U(y_t, S_t) + \lambda p_y y_t \# (1+\lambda)\pi(y_t, q_t, s_t) \# (1+\lambda)C(y_t, q_t, s_t)$$

The planner seeks then to maximize the following social welfare function W **:**

$$W = U(y_t, S_t) + \lambda p_y y_t \# \lambda\pi(y_t, q_t, s_t) \# (1+\lambda)C(y_t, q_t, s_t)$$

3.1 The complete information case

Under complete information, the potential for carbon sequestration denoted by $\overline{S}$ is perfectly known by the planner whose problem of maximising social welfare is :

$$\max_{y_t,q_t} W = \int_0^{\infty} \left[U(y_t,S_t) + \lambda p_y y_t - \lambda\pi(y_t,q_t,s_t) - (1+\lambda)C(y_t,q_t,s_t)\right] e^{-\rho t} dt$$

$$sc \begin{cases} \pi(y_t,q_t,s_t) \geq 0 \\ s_t = \overline{S} - S_t \\ S_t = \int_0^t q_\tau d\tau \leq \overline{S} \\ \dot{S}_t = q_t \\ S_0, \mu_0 \; given \end{cases}$$

where $\pi(y_t,q_t,s_t) \geq 0$ is the participation constraint. μ_t is the value of the costate variable at date t. S_0 and μ_0 are the initial values of the carbon stock and the costate variable. The transversality condition is given by $\lim_{t\to\infty} e^{-\rho t}\mu_t q_t = 0$.

The current value hamiltonian H for the social planner's problem is :

$$H = U(y_t,S_t) + \lambda p_y y_t - \lambda\pi(y_t,q_t,s_t) - (1+\lambda)C(y_t,q_t,s_t) + \mu_t q_t$$

The necessary conditions are :

$$\frac{\partial H}{\partial y_t} = 0 \Leftrightarrow U_{y_t} + \lambda p_y - \lambda\pi_{y_t} - (1+\lambda)C_{y_t} = 0 \tag{1}$$

$$\frac{\partial H}{\partial q_t} = 0 \Leftrightarrow -\lambda\pi_{q_t} - (1+\lambda)C_q + \mu_t = 0 \tag{2}$$

$$-\frac{\partial H}{\partial S_t} = \dot{\mu}_t - \rho\mu_t \Leftrightarrow \begin{cases} \rho\mu_t = \dot{\mu}_t + U_S & (A3) \\ \rho\mu_t = \dot{\mu}_t + U_S + (1+\lambda)C_S \text{ with } C_S = -C_s \geq 0 & (A3'') \end{cases} \tag{3}$$

The participation constraint is bounded. As a result, $-\alpha\pi_{y_t} = -\alpha\pi_{q_t} = 0$.

These conditions are then

$$(1) \Leftrightarrow (U_{y_t} + \lambda p_y) = (1+\lambda)C_{y_t} \tag{1'}$$

$$(2) \Leftrightarrow \mu_t = (1+\lambda)C_q \tag{2'}$$

$$(3) \Leftrightarrow \frac{\dot{\mu}_t}{\mu_t} = \begin{cases} \rho - \dfrac{U_S}{\mu_t} & (A3) \\ \rho - \dfrac{U_S}{\mu_t} - (1+\lambda)\dfrac{C_S}{\mu_t} & (A3'') \end{cases} \tag{3'}$$

In (1'), we have

$$U_y = p_y \tag{1''}$$

as the firm is price taker on the global market.

The firm produces the output of perfect competition which equals the market price to its marginal cost. This is

$$p_y = C_y$$

The equation (3') can easly be interpreted when written as

$$\rho\mu_t = \begin{cases} \dot{\mu}_t + U_S & (A3) \\ \dot{\mu}_t + U_S + (1+\lambda)C_S & (A3") \end{cases}$$

where U is a concave function with a decreasing marginal utility towards the accumulated carbon stock S (U_S & $0, U_{SS}$ ' 0).

This is a Hotelling rule regarding the exploitation of the exhaustible resource which is the potential for additional carbon sequestration, s. To interpret (3"), we refer to the remaining potential for additional carbon sequestration s as the state variable in connection with the accumulated carbon stock S ($s_t = \overline{S}$ # S_t ; $\dot{s}_t =$ #q_t).

Our cost-benefit analysis can be set such that :

$\rho\mu_t$ accounts for the marginal cost when the agricultural firm do not sequester / do not extract the resource in carbon sequestration at the current time period (with the discounted rate ρ) ; in other words, this is the cost when the flow q_t does not take place ;

$\dot{\mu}_t$ is the marginal benefit when the firm do not sequester / do not extract the resource in carbon sequestration at the current time period ; the potential for additional carbon sequestration is therefore not reduced for the future ;

U_S (= #U_s) is the marginal utility of the representative consumer when the accumulated carbon stock S increases / when the potential for carbon sequestration s is not reduced ;

C_S (= #C_s) accounts for the marginal cost when the agricultural firm increases the accumulated carbon stock S / decreases the potential for additional carbon sequestration s.

As a result, the potential for additional carbon sequestration is very similar to an exhaustible resource and the carbon sequestration process occurs following the optimal path defined by this Hotelling rule. .

3.2 The incomplete information case with hidden information

Under incomplete information, the planner's objective is to derive the social optimum under an *adverse selection* setting. To this end, we lean on the revelation principle (Myerson [11] ; Baron [2] ; Baron and Myerson [3]). This direct mechanism aims to obtain that the firm reveals its real type $\overline{S}$, i.e. its real potential for additional carbon sequestration, that is unknown by the planner.

* The contract will be a production - sequestration flow - monetary transfer contract $y_t(\overline{S}), q_t(\overline{S}), T_t(\overline{S})$ where $T_t(\overline{S})$ accounts for the subsidy depending on the absolute potential for additional carbon sequestration $\overline{S}$.

The firm's profit writes :

$$\pi(y_t, q_t, \overline{S} \# S_t) = p_y y_t \# C(y_t, q_t, \overline{S} \# S_t)$$

Assuming that the firm claims $\mathcal{S}$, this becomes :

$$\pi(y_t, q_t, \overline{S} \# S_t, \mathcal{S}) = p_y y_t(\mathcal{S}) \# C(y_t(\mathcal{S}), q_t(\mathcal{S}), \overline{S} \# S_t) + T_t(\mathcal{S}) \tag{4}$$

The Incentive Constraints $(IC1, IC2)$ and the Participation Constraint (PC) are

$$IC1 \ : \frac{\partial \pi(y_t, q_t, \overline{S} \# S_t, \mathcal{S})}{\partial \overline{S}}_{\widetilde{S}=\overline{S}} = \# \frac{\partial C(y_t(\mathcal{S}), q_t(\mathcal{S}), \overline{S} \# S_t)}{\partial \overline{S}} \ \& \ 0 \text{ as } C_{\overline{S}} \ ' \ 0 \tag{5}$$

The sole rational announce is then $\mathcal{S} < \overline{S}$. This announce is close to $\overline{S}_{\inf}$ in order to get the highest subsidy.

$$IC2 \ : \frac{\partial^2 \pi(y_t, q_t, \overline{S} \# S_t, \mathcal{S})}{\partial \overline{S}^2}_{\widetilde{S}=\overline{S}} \ ' \ 0$$

$$PC \ : \pi(y_t, q_t, \overline{S} \# S_t) \ \& \ 0$$

Condition (5) gives the positive marginal information rent for the firm :

$\pi_{\overline{S}}(y_t, q_t, \overline{S} \# S_t, \mathcal{S}) \ \& \ 0$ with $C_{\overline{S}} \ ' \ 0$. The marginal information rent increases as $\overline{S}$ is greater.

A firm of type $\mathcal{S}$ will announce the type of the less efficient firm (or close to the less efficient one), $\overline{S}_{\inf}$, in order to get the highest available subsidy $T_t(\mathcal{S})$. A firm close to $\overline{S}_{\sup}$ uses practices and has initial cultivations which allow one of the highest total sequestration levels. Accordingly, the higher this potential is $(\overline{S} \ ) \ \overline{S}_{\sup})$, the less expensive the sequestration practices are for a high quality of agricultural soils.

The information rent is then :

$$\pi(y_t, q_t, \overline{S} \# S_t) = \pi(y_t, q_t, \overline{S}_{\inf} \# S_t) + \int_{\overline{S}_{\inf}}^{\# \ \overline{S}} \# C_{\overline{S}}(y(\tau), q(\tau), \tau \# S_\tau) d\tau \tag{6}$$

where $\pi(y_t, q_t, \overline{S}_{\inf} \# S_t)$ is the profit of the firm characterized by the lowest potential for additional carbon sequestration, i.e. the reservation profit,

and $\int_{\overline{S}_{\inf}}^{\# \ \overline{S}} \# C_{\overline{S}}(y(\tau), q(\tau), \tau) d\tau$ accounts for the informational benefit of any firm characterized by a higher potential $(\overline{S}_{\inf} < \overline{S})$.

Under incomplete information, the planner's problem of maximising social welfare is to maximise the expected mean $E(W)$, that is

$$\max_{y_t(\overline{S}),q_t(\overline{S})} E(W) = \int_0^{\infty} \int_{\overline{S}_{\inf}}^{\overline{S}_{\sup}} \left[\begin{array}{l} U(y_t(\overline{S}), S_t(\overline{S})) + \lambda p_y y_t(\overline{S}) \\ -\lambda \pi(y_t(\overline{S}), q_t(\overline{S}), \overline{S} - S_t) \\ -(1+\lambda) C(y_t(\overline{S}), q_t(\overline{S}), \overline{S} - S_t) \end{array} \right] f(\overline{S}) d\overline{S} e^{-\rho t} dt$$

$$sc \begin{cases} IC1 \\ IC2 \\ \pi(y_t, q_t, s_t) \geq 0 \ (PC) \\ S_t = \int_0^t q_\tau d\tau + \overline{S} \\ \dot{S}_t = q_t \\ S_0, \mu_0 \ given \end{cases}$$

Integrating by parts leads to

$$\int_{\overline{S}_{\inf}}^{\overline{S}_{\sup}} \pi(y_t, q_t, \overline{S} - S_t) f(\overline{S}) d\overline{S} = \pi(y_t, q_t, \overline{S}_{\inf} - S_t) - \int_{\overline{S}_{\inf}}^{\overline{S}_{\sup}} C_{\overline{S}}(1 - F(\overline{S})) d\overline{S} \qquad (7)$$

Inserting (7) in the expected social welfare $E(W)$ (by multiplying by $\frac{(1-F(\overline{S}))f(\overline{S})}{f(\overline{S})}$), we obtain

$$\max_{y_t(\overline{S}),q_t(\overline{S})} E(W) = \int_0^{\infty} \int_{\overline{S}_{\inf}}^{\overline{S}_{\sup}} \left[\begin{array}{l} U(y_t(\overline{S}), S_t) + \lambda p_y y_t(\overline{S}) \\ -(1+\lambda) C(y_t(\overline{S}), q_t(\overline{S}), \overline{S} - S_t) \\ +\lambda \left(C_{\overline{S}}(y_t(\overline{S}), q_t(\overline{S}), \overline{S} - S_t) \right) \frac{(1-F(\overline{S}))}{f(\overline{S})} \end{array} \right] f(\overline{S}) d\overline{S}$$
$$-\lambda \pi(y_t, q_t, \overline{S}_{\inf} - \overline{S}) \ e^{-\rho t} dt$$

$$sc \begin{cases} \pi(y_t, q_t, \overline{S}_{\inf} - S_t) \geq 0 \\ S_t = \int_0^t q_\tau d\tau + \overline{S} \\ \dot{S}_t = q_t \\ S_0, \mu_0 \ given \end{cases}$$

μ_t is the value of the costate variable at date t. S_0 and μ_0 are the initial values of the carbon stock and the costate variable. The transversality condition is $\lim_{t \to \infty} e^{-\rho t} \mu_t q_t = 0$.

The current value hamiltonian writes :

$$\begin{aligned} H &= U(y_t, S_t) + \lambda p_y y_t - (1+\lambda) C(y_t, q_t, \overline{S} - S_t) \\ &\quad + \lambda \left(C_{\overline{S}}(y_t(\overline{S}), q_t(\overline{S}), \overline{S} - S_t) \right) \frac{(1 - F(\overline{S}))}{f(\overline{S})} + \mu_t q_t \end{aligned}$$

The necessary conditions are :

$$\frac{\partial H}{\partial y_t} = 0 \Leftrightarrow U_{y_t} + \lambda p_y - (1+\lambda)C_y + \lambda \left[C_{\overline{S}y} \frac{(1 - F(\overline{S}))}{f(\overline{S})} \right] = 0 \tag{8}$$

$$\frac{\partial H}{\partial q_t} = 0 \Leftrightarrow -(1+\lambda)C_q + \lambda \left[\frac{(1 - F(\overline{S}))}{f(\overline{S})} C_{\overline{S}q} \right] + \mu_t = 0 \tag{9}$$

$$-\frac{\partial H}{\partial S_t} = \dot{\mu}_t - \rho\mu_t = \begin{cases} -U_S & (A3) \\ -U_S - (1+\lambda)C_S - \lambda \left[\frac{(1 - F(\overline{S}))}{f(\overline{S})} C_{\overline{SS}} \right]_t & (A3") \end{cases} \tag{10}$$

which can be respectively written as

$$p_y = C_y - \frac{\lambda}{(1+\lambda)} \left[C_{\overline{S}y} \frac{(1 - F(\overline{S}))}{f(\overline{S})} \right] \tag{11}$$

$$\mu_t = (1+\lambda)C_q - \lambda \left[\frac{(1 - F(\overline{S}))}{f(\overline{S})} C_{\overline{S}q} \right] \tag{12}$$

$$\rho\mu_t = \begin{cases} \dot{\mu}_t + U_S & (A3) \\ \dot{\mu}_t + U_S + (1+\lambda)C_S + \lambda \left[\frac{(1 - F(\overline{S}))}{f(\overline{S})} C_{\overline{SS}} \right]_t & (A3") \end{cases} \tag{3"}$$

Comparing these necessary conditions with the ones obtained under complete information allow us to draw the following conclusions.

Firstly, the firm with the highest potential for additional carbon sequestration produces the optimal agricultural commodity and sequesters carbon with respect to the optimal path (a no-distorsion at the top result). All other firms would get an information rent which allows them to get a higher subsidy than under complete information and to sequester a lower amount of carbon. The social planner minimizes the cost of this regulation policy by allowing the lowest possible information rents : the profit of the less efficient firm is null and the others get a subsidy. This leads to distortions to the less efficient firms (Baron and Myerson [3]).[4]

Secondly, because the Hotelling rule is changed by incomplete information about initial conditions only when the cost function exhibits a stock dependency (under A3'), it follows that asymmetric information always slows the sequestration process but does not prevent from obtaining the highest potential for additional carbon sequestration as soon as differentiated subsidies are provided at each period of time (condition (3")), if and only if the global cost is not asymptotic (under A3) ; under A3', the maximal absolute potential cannot be reached even under complete information.

[4]Because the potential for additional carbon sequestration is similar to an exhaustible resource, our results are close to those obtained in the case of exploitation of such an exhaustible resource under incomplete information (Hung, Poudou and Thomas [5]).

4 Extensions of the model

Finally, we consider a few extensions of our model.

4.1 The moral hazard case

As we have shown that taking account of the dynamics of sequestration does not modify the standard reasoning about ex ante incomplete information, we can then accept the standard result about ex post incomplete information, without any additional economic modelling. Under incomplete information regarding the strategy of the firm during the contract, the planner must give a greater subsidy in order to induce the requested behaviour by the firm.

Throughout the paper, we have assumed that the contract has been signed at the beginning of the first period with full committment between both parts. According to the revelation principle, by accepting the contract, the firm reveals its real type $\overline{S}$. One could then argue that the regulator does not need to commit in the upcoming periods but can use the revealed information to negociate a new contract from period two. Nevertheless, if adverse selection disappears, moral hazard is very likely to remain through time. In any case, information asymmetries increase the cost of regulation without preventing the regulator to achieve her goals.

4.2 The optimal length of the contract

In our framework, we could define two stages : the first stage would account for the carbon sequestration process stage while the second stage would represent the stationary carbon level stage[5]. If we suppose that it is never optimal to stop to sequester carbon, the regulator must keep on providing a subsidy to the agricultural firm even if the firm has reached its highest potential for carbon sequestration. This prevents the firm from going back to practices that sequester less carbon in the second stage. The carbon release into the atmosphere is actually quicker than during the sequestration stage[6]. The main difference between these stages is that asymmetric information is not an issue in the second stage. As a consequence, the optimal contract fits these two stages. At the beginning of the second stage, the regulator knows the sequestered carbon stock which is the absolute potential for carbon sequestration in the soils.

Nevertheless, we can endogenize the optimal terminal date of the first period contract in the same way as in the case of endogenizing the optimal terminal date for the extraction of an exhaustible natural resource. We have to write the terminal

[5] This is the stage when the upper bound in carbon sequestration has been reached.

[6] If the carbon value falls under the cost of sequestration, the optimal policy can be different, as is shown by Ragot and Schubert [13] who take into account the heterogeneity of land and the dynamics of carbon sequestration and carbon release in a macroeconomic model.

condition of the program, which specifies that the resource is fully exhausted at date T : in our case, the absolute potential for carbon sequestration is reached at date T.

Without any further economic modelling, we can provide a few insights to this issue.

Firstly, the absolute potential for carbon sequestration can be reached only if the production cost is not asymptotic (Levhari et Liviatan [9]), i.e. if it does not depend on the remaining potential for carbon sequestration s.

As we have seen that asymmetric information slows the sequestration process, this postpones the optimal date of the end of the contract. It is also straightforward that the contract offered to the most efficient firm has the same length than under complete information. However contracts proposed to other firms are longer as they are initially less efficient.

4.3 Carbon sequestration and non-point source pollution

Picking sequestering practices could imply the use of more fertilizers and could generate negative externalities such as a non-point source pollution. This adds another source of asymmetric information and requires a more sophisticated regulation policy whilst taking into account the positive externality of sequestering carbon as well as the joint negative externalities.

5 Conclusion

In conclusion, the planner has to choose between the less expensive of these policies :

% The *full monitoring policy* : she monitors the cultivations and management practices of the agricultural firm towards the real sequestered carbon stocks in a perfect and continuous manner to provide subsidies ;

% The *smooth policy* : she accepts the cost of asymmetric information and gives higher subsidies in order to induce revelation by the agricultural firm of its private information.

6 References

[1] Antle J., S. Capalbo, S. Mooney, E.T. Elliott, K.H. Paustian [2003], "Spatial Heterogeneity, Contract Design, and the Efficiency of Carbon Sequestration Policies for Agriculture", *Journal of Environmental Economics and Management*, 46, pp. 231-250.

[2] Baron D. P. [1989], "Design of Regulatory Mechanisms and Institutions", in R. Schmalensee and R.D. Willig eds. The Handbook of Industrial Organization, Elsevier North-Holland.

[3] Baron D. P., R. B. Myerson [1982], "Regulating a Monopolist with Unknown Costs", *Econometrica*, 50, pp. 911-930.

[4] Feng H., J. Zhao, C.L. Kling [2002], "The Time Path and Implementation of Carbon Sequestration", *American Journal of Agricultural Economics*, 84 (1), pp. 134-149.

[5] Hung N.M., J.-C. Poudou, L. Thomas [2001], "Mining and Incentive Concession Contracts", EAERE 11th Annual Conference, University of Southampton.

[6] INRA [2002], *Stocker du carbone dans les sols agricoles en France ?* , Report for the french Ministery of Ecology and Sustainable Development, october.

[7] Laffont J-J., D. Martimort [2002], "The Theory of Incentives : the Principal-Agent Model", Princeton University Press.

[8] Lal R., J.M. Kimble, R.F. Follett, C.V. Cole [1998], "The Potential of U.S. Cropland to Sequester Carbon and Mitigate the Greenhouse Effect". Ann Arbor MI: Sleeping Bear Press.

[9] Levhari D., N. Liviatan [1977], "Notes on Hotelling's economics of exhaustible resources", *Canadian Journal of Economics*, 2.

[10] McCarl, B.A., U.A. Schneider [2000], "Agriculture's Role in a Greenhouse Gas Emission Mitigation World: An Economic Perspective", *Review of Agricultural Economics* 22, pp.134–159.

[11] Myerson R.B. [1979], "Incentive Compatibility and the Bargaining Problem," *Econometrica*, 47, 61-74.

[12] Pautsch G.R., L.A. Kurkalova, B.A. Babcock, C.L. Kling [2001], "The Efficiency of Sequestering Carbon in Agricultural Soils", *Contemporary Economic Policy*, 19 (2), pp. 123-134.

[13] Ragot L., K. Schubert [2005], "La politique optimale de séquestration du carbone par les sols agricoles en France", mimeo EUREQua, University Paris 1 Panthéon-Sorbonne.

[14] Schneider U.A. [2002], "The Cost of Agricultural Carbon Savings", *Working Paper 02-WP 306*, Center for Agricultural and Rural Development, Iowa State University.

Timing et instruments de la politique optimale de séquestration du carbone par les sols agricoles

Lionel Ragot
EUREQua, Université de Paris 1 et MEDEE, Université de Lille 1

Katheline Schubert
EUREQua, Université de Paris 1

September 28, 2005

1 Introduction

Le protocole de Kyoto, ratifié par les pays européens en 2002, autorise le recours à des "activités supplémentaires" permettant la séquestration de carbone dans la biomasse et dans les sols (articles 3.3 et 3.4.). Les émissions piégées par de telles activités volontaires, mises en place après 1990, peuvent être décomptées des émissions de GES. Elles peuvent provenir d'opérations de boisement (article 3.3) ou de changements dans le secteur agricole et la gestion forestière (article 3.4). La liste des activités éligibles à ce titre proposée par le GIEC fournit des opportunités de réduction des émissions non négligeables aux pays disposant d'importantes surfaces agricoles. Compte tenu de l'importance de ses surfaces agricoles et du caractère limité de ses potentialités de réduction des GES à faibles coûts en raison de ses choix énergétiques, la France s'est naturellement attachée à évaluer le potentiel de stockage additionnel que permettraient les changements d'usages des sols ou de pratiques agricoles. Dans son rapport d'expertise l'INRA (INRA [2002]) a évalué ce potentiel selon différents scénarios d'adoption des pratiques jugées "stockantes" entre 1 MtC/an et 3 Mtc/an sur les 20 ans à venir pour l'ensemble du territoire métropolitain. Le scénario le plus réaliste selon les experts aboutirait à un stockage additionnel de 1,4 MtC/an.

Nous nous intéressons plus particulièrement à une double question soulevée dans ce rapport : quels changements seraient souhaitables, ou en d'autres termes quelle est la séquestration optimale du carbone dans les sols agricoles, et quels instruments de politique économique seraient efficaces pour promouvoir ces changements ? Le travail de l'INRA a quantifié, à partir de contraintes physiques et techniques sur les différentes modalités, la quantité de carbone qu'il serait possible de séquestrer dans les sols agricoles métropolitains, mais il n'apporte pas d'informations concernant le coût économique de cette séquestration. Nous disposons donc d'une estimation du potentiel physique de stockage de carbone dans les sols en France, mais ignorons le potentiel économique de stockage. Cette étude a pour ambition d'analyser sur la longue période les

changements souhaitables pour ensuite définir les propriétés des instruments économiques qui pourraient être mobilisés pour inciter les exploitants à changer leurs pratiques ou l'usage des sols. La perspective de long terme n'est pas uniquement employée pour rappeler qu'il s'agit de processus qui s'inscrivent nécessairement dans le temps ; elle impose également la prise en compte explicite de certains éléments de la problématique souvent négligés dans la littérature théorique. L'un d'entre eux retient plus particulièrement notre attention : la dissymétrie du processus physique d'accumulation / désaccumulation du carbone dans les sols qui est, selon les experts de l'INRA, la caractéristique dominante du processus dynamique de stockage du carbone. Le stockage est en effet beaucoup plus lent que le déstockage : le premier se mesure en dizaines d'années, le second plutôt en années.

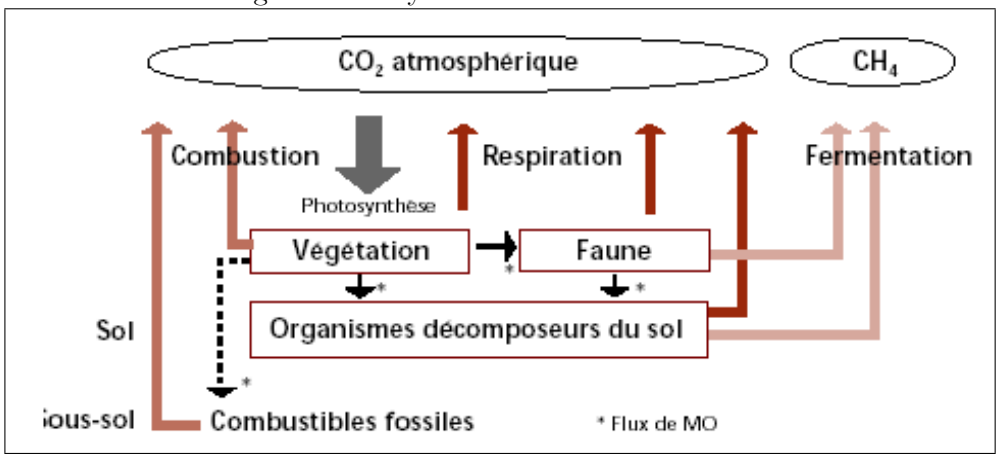
Nous présentons dans la section 2 une modélisation du phénomène d'accumulation / désaccumulation la plus proche possible des résultats des travaux empiriques menés sur ce processus. La section 3 est consacrée à l'exposition et à la résolution du problème d'optimisation dynamique en présence de cette dissymétrie dans le processus de séquestration / déséquestration. Nous présentons dans la section 4 un chiffrage des différentes fonctions et paramètres du modèle pour la France, puis les résultats numériques concernant la séquestration optimale. La section 5 enfin propose un instrument de politique économique permettant la décentralisation du sentier optimal.

2 La dynamique de la séquestration du carbone par les sols agricoles

2.1 Les connaissances scientifiques

Cette partie reprend les principaux points de la synthèse du rapport de l'INRA sur les connaissances scientifiques publiées sur le processus de stockage / déstockage de carbone dans les sols. Elle a pour seul objectif de présenter, le plus simplement possible, le cycle du carbone dans les écosystèmes terrestres et les différents moyens pour accroître son accumulation dans les sols. Les caractéristiques essentielles devront être présentes dans notre modélisation de ce processus.

Figure 1: Le cycle du carbone dans les sols



Source : INRA [2002]

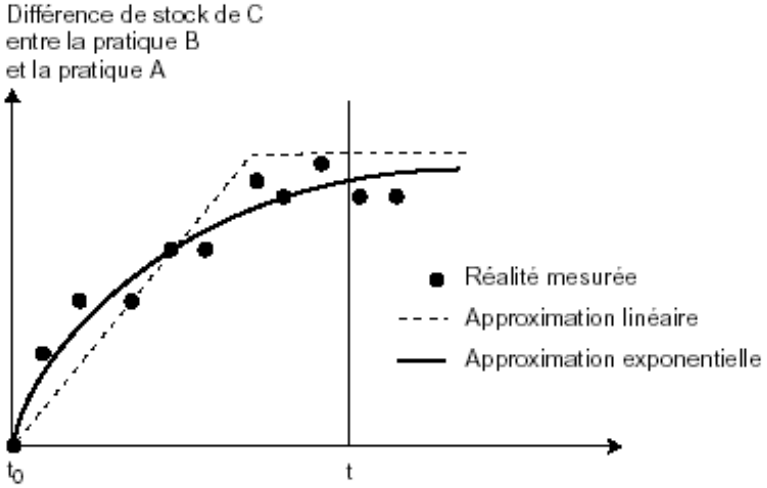
Les émissions de carbone piégées dans les sols ne le sont jamais définitivement, elles n'y résident que de manière temporaire. La quantité de carbone séquestré n'est donc rien d'autre que le solde entre le volume de CO_2 fixé par la photosynthèse (flux d'entrée) et les rejets liés à la dégradation des matières organiques sous forme de respiration, fermentation ou combustion (flux de sortie). Les temps de résidence sont très variables, allant de quelques heures à plusieurs millénaires, avec une moyenne de quelques dizaines d'années. Suivant l'usage des sols ou les pratiques agricoles employées ces flux d'entrée et de sortie diffèrent. Une politique visant à accroître la quantité de carbone stocké dans les sols agricoles cherche donc à inciter les exploitants à faire un usage des sols ou à utiliser des pratiques qui accroissent les entrées de matière organique ou (et) retardent les sorties par minéralisation comparativement aux usages et pratiques en vigueur. Le stock de carbone moyen séquestré dépend de l'occupation du sol mais aussi du type de sol (40 tC/ha pour les sols sablonneux contre 100 tC/ha pour les sols argileux). On distingue généralement trois grandes catégories d'occupation des sols :

1. les sols sous cultures annuelles et cultures pérennes avec sol nu (45 tC/ha)
2. les sols sous prariries permanentes et forêts (70 tC/ha)
3. les sols de pelouse d'altitude et de zones humides (90 tC/ha)

Les principales potentialités de séquestration additionnelle résident dans le passage de la première catégorie d'usage à la deuxième. La pratique agricole est également une dimension importante à ne pas négliger. Ainsi, à titre d'exemple, la suppression du labour pour un usage donné (et qui autorise un tel abandon) se traduit par un stockage additionnel évalué à environ 0,20 tC/ha/an. Le lecteur intéressé par les différents changements de pratiques qui sont susceptibles d'accroître la quantité de carbone séquestré dans les sols agricoles peut consulter le rapport de l'INRA.

Deux méthodes sont employées dans les travaux empiriques évaluant le stockage additionnel potentiel : l'approximation linéaire bornée (adoptée par le GIEC [2000]) et l'approximation exponentielle (retenue par l'INRA).

Figure 2: Cinétique du stockage de carbone



Source : INRA [2002]

La figure 2 représente la quantité de carbone additionnelle qui peut être séquestrée suite au passage de la pratique A à la pratique B. Initialement le stockage potentiel associé à la pratique A est à sa valeur d'équilibre (entrées et minéralisation se compensent). La séquestration additionnelle est non linéaire, plus importante durant les premières périodes qui suivent le changement de pratique pour tendre vers une valeur nulle qui correspond à l'instauration du nouvel équilibre.

Avec l'approximation exponentielle, le stockage additionnel est déterminé par deux paramètres: Δ qui correspond à la différence de carbone séquestré à l'équilibre de chacune des deux pratiques ou usages ($\Delta = cs_B^{!} \ ! \ cs_A^{!}$) et s qui représente la vitesse du stockage. Pour une durée de scénario T (égale à $t \ ! \ t_0$) le flux annuel moyen de carbone additionnel piégé (F) est défini par

$$F = \Delta \frac{(1 \ ! \ e^{" sT})}{T}$$

Le rapport de l'INRA expose un grand nombre d'avantages pour cette représentation de la cinétique du carbone dans le sol par rapport à l'approximation linéaire. Nous n'en évoquerons ici que deux : elle est plus proche des cinétiques réelles observées et elle s'inspire du modèle de Hénin et Dupuis [1945] largement utilisé dans les travaux empiriques français.

En plus de cette non linéarité, une autre caractéristique notable ressort des travaux empiriques : l'asymétrie entre le processus de stockage et le processus de déstockage, ce qui correspond, dans l'approximation exponentielle, à des vitesses de stockage différentes dans les changements $A \ " \ B$ et $B \ " \ A$. Généralement la vitesse de stockage est plus lente que celle du

déstockage; par exemple, sur 20 ans, le stockage résultant d'une conversion terre arable " forêt est deux fois plus faible que le déstockage induit par la conversion inverse. A titre illustratif nous présentons dans le tableau 1 les données pour un changement de pratique agricole (suppression du labour (B) dans une culture de type céréalière avec initialement travail du sol conventionnel (A)) et pour deux conversions dans l'uage des sols (boisement(B) ou mises en prairie permanente (B) de terres utilisées pour la culture céréalière avec travail du sol conventionnel (A)).

Table 1: Paramètres des processus de stockage-déstockage

(A)	(B)	$cs_B^!$ (tC/ha)	$cs_A^!$ (tC/ha)	Δ (tC/ha)	s (A " B)	s (B " A)
Culture céréalière, travail du sol conventionnel	Culture céréalière, sans labour	52	40	12	0,02	0,04
Culture céréalière, travail du sol conventionnel	Forêt	70	40	30	0,0175	0,07
Culture céréalière, travail du sol conventionnel	Prairie permanente	65	40	25	0,025	0,07

Ces trois types de changements, qui constituent une partie non négligeable du potentiel de séquestration en France, mettent en évidence la forte asymétrie entre la dynamique du stockage et celle du déstockage. Celle-ci est la règle, c'est la symétrie qui constitue l'exception.

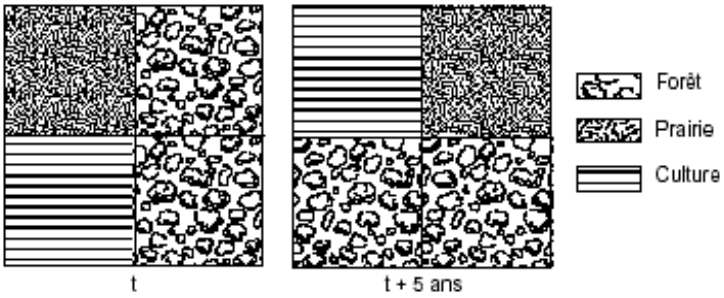
Deux remarques importantes s'imposent à ce stade :

Ce n'est pas par une politique d'accroissement du carbone dans les sols agricoles que l'on pourra réduire continûment les émissions de CO_2 : le stockage additionnel total potentiel est borné.

L'évaluation de ce processus de séquestration additionnelle nécessite de connaître l'historique sur longue période des usages et pratiques de chacune des parcelles concernées par un nouveau changement.

Cette mesure ne peut être opérée à un niveau agrégé, comme le montre l'exemple de la figure 3 reprise de INRA [2002]. Entre t et $t + 5$ la proportion des différents usages des sols n'a pas évolué : sur les quatre parcelles qui constituent la surface totale, deux sont recouvertes de forêts, une est cultivée et la dernière sert de prairie. Mais prises individuellement, trois d'entre elles ont connu un changement d'occupation, qui se traduit par une diminution du carbone séquestré en raison des dynamiques propres au stockage/déstockage (cf. les paramètres du tableau 1). Une comparaison des proportions de chaque usage aux périodes t et $t + J$ ne suffit pas, il faut connaître les situations de chaque parcelle à ces deux dates.

Figure 3: Le bon niveau d'analyse



Source : INRA [2002]

De tels changements dans l'usage des sols ou la pratique agricole impliquent également des modifications dans les émissions d'autres GES (en particulier le CH_4 et le N_2O), des réductions ou augmentations des émissions de CO_2 d'origine fossile et des effets externes environnementaux autres que le réchauffement climatique (utilisation plus importante de pesticides avec l'abandon du labour par exemple). Une évaluation complète doit prendre en compte l'ensemble de ces effets connexes. Des situations de type "win-win" sont possibles.

Des contraintes technico-économiques leurs sont également associées : des difficultés agronomiques qui se traduisent pas des gains ou des pertes de production, les coûts des nouveaux équipements (semoir spécifique et engins limitant le tassement dans le cas du semis direct), la charge de travail supplémentaire, les évolutions des marchés ainsi que la logique des aides agricoles actuelles. Certaines de ces contraintes expliquent que le passage à de nouvelles pratiques ne peut se faire que progressivement au cours du temps et non pas instantanément sur la totalité des terres éligibles.

L'ensemble de ces paramètres (technico-économiques et effets externes) doit être pris en compte dans l'évaluation économique des coûts et des gains de l'adoption des usages des sols et des pratiques agricoles stockant du carbone.

2.2 La modélisation du processus stockage / déstockage

Un modèle économique sur la séquestration du carbone dans les sols agricoles n'a de sens que s'il intègre les principales propriétés du processus de stockage / déstockage.

Nous retenons donc une série d'hypothèses qui, comme il est d'usage, rendent compte de ces propriétés caractéristiques et occultent celles qui sont négligeables pour notre problématique, en l'occurence les effets externes et l'hétérogénéité au niveau des sols.

On suppose un continuum de parcelles agricoles de masse B. Cette surface totale de terres agricoles, donnée, est constante au cours du temps. Ayant toutes les mêmes caractéristiques et servant à produire un seul et même produit agricole, ces parcelles sont physiquement homogènes. Elles se distinguent néanmoins en fonction de la technique, la pratique agricole employée. Deux types de pratiques sont possibles, une pratique p_n dite "normale" et une pratique

p_s s'accompagnant d'un stockage de carbone plus important. Ces deux pratiques, en plus de la séquestration, se différencient par leur niveau de production. L'usage d'une pratique p_s conduit à une production agricole moindre par rapport à celle obtenue par une pratique normale, de plus elle peut nécessiter l'utilisation d'équipements spécifiques. Il y a donc à la fois un coût d'opportunité et des coûts associés aux nouveaux équipements lorsqu'un exploitant décide de passer d'une pratique normale à une pratique permettant la séquestration. Ce coût total est représenté par la fonction $C(A)$, avec A le stock de parcelles cultivées avec la pratique p_s. Cette fonction de coût a les bonnes propriétés (croissante et convexe). On suppose qu'initialement toutes les parcelles font l'objet d'une pratique agricole normale.

Le stock maximal de carbone qui peut être sequestré dans le sol d'une parcelle est égal à $cs^!$. La dynamique de la séquestration sur une parcelle donnée est représentée par l'équation d'accumulation suivante (approximation exponentielle) :

$$cs(t,z) = cs^! + (cs_n \ ! \ cs^!)e^{"s(t"z)}, \quad t \ \$ \ z \tag{1}$$

avec $cs(t,z)$ le stock de carbone dans le sol à la date t suite à un changement de pratique à la date z, et cs_n le stock séquestré avec la pratique normale ($cs^! > cs_n$). Le profil de la séquestration de carbone sur une parcelle qui est passée d'une pratique p_n à une pratique p_s à la période 0 est représenté sur la figure 4.a.

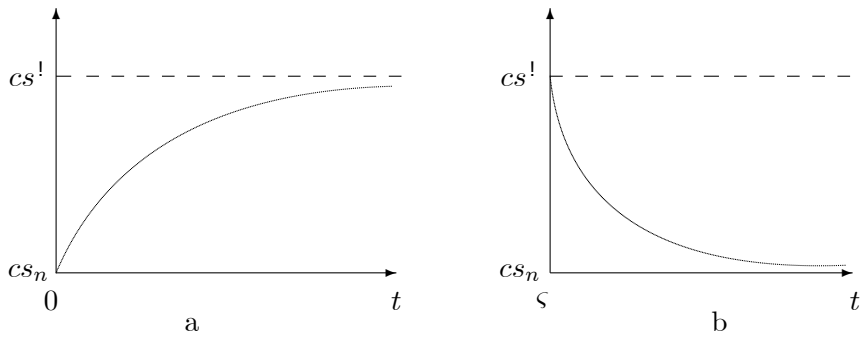


Figure 4: Profil de la séquestration de carbone

La dynamique de la désequestration sur une parcelle donnée est représentée par l'équation suivante :

$$\begin{aligned} cs(t,\varsigma,z) &= cs_n + (cs(\varsigma,z) \ ! \ cs_n)e^{"s^!(t"\varsigma)}, \quad t \ \$ \ \varsigma \ \$ \ z \\ &= cs_n + (cs^! \ ! \ cs_n)(1 \ ! \ e^{"s(\varsigma"z)})e^{"s^!(t"\varsigma)}, \quad t \ \$ \ \varsigma \ \$ \ z \end{aligned} \tag{2}$$

où ς est la date à laquelle l'exploitant est revenu à une pratique normale et $cs(\varsigma,z)$ le stock de carbone que la pratique p_s avait permis de séquestrer jusqu'à la date ς, le changement de pratique initial ayant eu lieu à la date z. Pour rendre compte d'un processus de stockage plus lent que le processus de déstockage, il suffit dans cette modélisation de supposer $s^\# > s$. La figure 4.b représente le profil de déstockage avec $cs(\varsigma,z) = cs^!$.

Supposons dans un premier temps que le seul changement de pratique qui puisse être opéré soit p_n " p_s. Autrement dit, une parcelle qui est cultivée par une pratique permettant la séquestration le reste indéfiniment, l'exploitant ne revenant jamais à une pratique normale. Par contre rien n'oblige à ce que toutes les parcelles fassent l'objet d'un changement de pratique à la même période, il peut être étalé dans le temps. Dans ces conditions et en se rappelant qu'initialement seules les pratiques normales sont employées, le stock agrégé de carbone séquestré dans les sols agricoles à la période t est défini par :

$$\begin{aligned} CS(t) &= cs_n B + \int_0^t a(z)(cs(t,z) \ ! \ cs_n)dz \\ &= cs_n B + (cs^! \ ! \ cs_n) \int_0^t a(z)(1 \ ! \ e^{" s(t " z)})dz \end{aligned} \tag{3}$$

avec $a(z)$ le nombre de parcelles qui sont passées d'une pratique p_n à une pratique p_s à la période z. Si on intègre les contraintes technico-économiques évoquées plus haut, le nombre de parcelles qui peuvent effectivement faire l'objet d'un changement de pratique est borné à chaque période : nous faisons l'hypothèse $a(z) \ \% \ \bar{a} \ \& z$.

Le fait que les exploitants puissent changer de pratiques sur différentes parcelles à différentes dates introduit une hétérogénéité entre les parcelles. Á l'instant t, toutes les parcelles qui font l'objet d'une pratique p_s ne séquestrent pas nécessairement la même quantité de carbone, le stock séquestré par chacune d'entre elles dépend de la date à laquelle a eu lieu le changement de pratique (cf. figure 5).

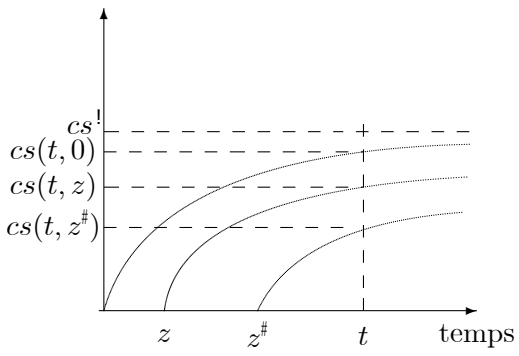


Figure 5: Hétérogénéité du stockage

Supposons à présent qu'une séquence p_n " p_s " p_n soit possible. Pour une parcelle donnée, il y a trois configurations envisageables[1] à la période t :

soit elle a fait l'objet d'une pratique normale depuis l'instant initial, auquel cas le stock de carbone séquestré est cs_n ;

[1] Nous n'envisageons pas de situations dans lesquelles une parcelle connaîtrait trois changements de pratique dans son usage

soit elle a connu un seul changement de pratique avant l'instant t, auquel cas le stock de carbone séquestré est $cs(t, z)$ donné par l'équation (1), si ce changement a eu lieu en z ;

soit elle a fait l'objet des deux changements de pratique avant l'instant t, auquel cas le stock de carbone sequestré est $cs(t, \varsigma, z)$ donné par l'équation (2), si le premier changement a eu lieu en z et le second en ς.

Le calcul du stock agrégé est complexe en raison de l'hétérogénéité liée au timing de la séquestration. Néanmoins, dans le cadre de l'optimum social et sous l'hypothèse d'homogénéité des surfaces agricoles, les parcelles qui doivent revenir à une pratique normale sont nécessairement les dernières à être passées à une pratique p_s (principe du *last in first out*). En effet, le bénéfice que l'exploitant retire d'un retour à une pratique normale sur une parcelle est indépendant du stock de carbone sequestré dans ses sols. Par contre le dommage social qui en résulte est d'autant plus réduit que ce stock est faible, situation qui correspond à la dernière parcelle à être utilisée pour la séquestration. Dans ces conditions, le stock agrégé s'écrit :

$$CS(t) = cs_n B + \int_0^{T^!} a(z)(cs(t, z) - cs_n)dz - \int_{T^!}^{t} b(z)rs(t, z)dz$$

$T^{\#}$ est la date à laquelle la déséquestration commence. La variable $rs(t, z)$ représente le "déstockage virtuel" à l'instant t dans les parcelles qui sont revenues à une pratique normale à l'instant z, en nombre $b(z)$ (cf. figure 6). La séquestration débute dans une parcelle donnée à l'instant $\chi(z)$ et s'arrête à l'instant z. La quantité de carbone stockée dans le sol de cette parcelle à cet instant est $cs(z, \chi(z))$. la quantité de carbone stockée à l'instant t est $cs(t, z, \chi(z))$. Si la pratique p_s s'était poursuivie jusqu'à l'instant t la séquestration aurait été égale à $cs(t, \chi(z))$. La différence entre ce stock de carbone virtuel et le véritable stock consécutif au changement de pratique à l'instant z est donnée par $rs(t, z)$. On a donc :

$$\begin{aligned} rs(t, z) &= cs(t, \chi(z)) - cs(t, z, \chi(z)) \\ &= cs^! + (cs_n - cs^!)e^{-s(t-\chi(z))} - \left[cs_n + (cs^! - cs_n)(1 - e^{-s(z-\chi(z))})e^{-s^!(t-z)}\right] \\ &= (cs^! - cs_n)\left[(1 - e^{-s(t-\chi(z))}) - (1 - e^{-s(z-\chi(z))})e^{-s^!(t-z)}\right] \end{aligned}$$

Compte tenu de la remarque précédente sur le choix des parcelles qui doivent revenir à un usage normal, on peut définir $\chi(z)$ par :

$$\int_{\chi(z)}^{T^!} a(\tau)d\tau = \int_{T^!}^{z} b(\tau)d\tau$$

Pour les mêmes raisons que celles évoquées pour a, nous faisons l'hypothèse que le nombre de parcelles qui peuvent revenir à un usage normal à chaque période est borné, et nous posons que la borne est la même que celle qui existe dans l'autre sens, en l'absence d'information nous permettant de penser qu'elle ne l'est pas : $0 \leq b(t) \leq \overline{a}\ \forall t$.

Le stock agrégé de carbone séquestré dans les sols agricoles est finalement défini par :

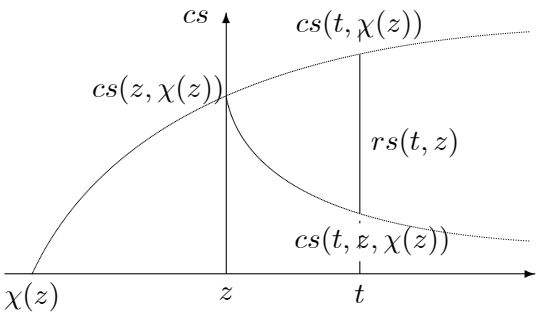


Figure 6: Stockage et déstockage

$$\begin{cases} CS(t) = cs_n B + (cs^{!} - cs_n) \int_0^t a(z)(1 - e^{-s(t-z)})dz & t \leq T^{\#} \\ CS(t) = cs_n B + (cs^{!} - cs_n) \int_0^{T^{!}} a(z)(1 - e^{-s(t-z)})dz & \\ \quad - (cs^{!} - cs_n) \int_{T^{!}}^t b(z) \left(1 - e^{-s(t-\chi(z))}\right) - \left(1 - e^{-s(z-\chi(z))}\right) e^{-s^{!}(t-z)} dz & t > T^{\#} \end{cases} \tag{4}$$

Enfin, le stock de surface agricole cultivée avec la pratique p_s à la période t vaut :

$$\begin{aligned} A(t) &= \int_0^t a(z)dz & t \leq T^{\#} \\ A(t) &= \int_0^{T^{!}} a(z)dz - \int_{T^{!}}^t b(z)dz & t > T^{\#} \end{aligned} \tag{5}$$

$$\text{avec } 0 \leq A(t) \leq B,\ 0 \leq a(t) \leq \overline{a} \text{ et } 0 \leq b(t) \leq \overline{a} \quad \forall t$$

Les deux pratiques agricoles se différencient en plus de la séquestration par leur niveau de production. La pratique p_s conduit à une production agricole moindre que celle obtenue par une pratique normale, de plus elle peut nécessiter l'utilisation d'équipements spécifiques. Il y a donc à la fois un coût d'opportunité et des coûts associés aux nouveaux équipements lorsqu'un exploitant décide de passer d'une pratique normale à une pratique permettant la séquestration. Ce coût total est représenté par une fonction quadratique :

$$C(A(t)) = \frac{\xi}{2} A(t)^2, \quad \xi > 0 \tag{6}$$

avec A le stock de parcelles cultivées avec la pratique p_s.

3 Les "changements souhaitables" : la solution optimale

La modélisation adoptée est voisine de celle de Feng, Zhao et Kling [2002], dont nous nous écartons principalement sur deux points importants : nous intégrons explicitement la dynamique du processus de stockage et la dissymétrie entre la vitesse de séquestration et de déséquestration du carbone dans les sols agricoles.

3.1 Le programme du planificateur

Le planificateur maximise les bénéfices provenant des émissions de carbone diminués des coûts liés à la séquestration dans les sols agricoles et du dommage associé au réchauffement climatique.

Le flux d'émissions en provenance de l'ensemble de l'économie à l'instant t est représenté par $E(t)$ et le bénéfice associé est défini par la fonction :

$$B(E(t)) = \frac{\phi_1}{\phi_2} E(t)^{\phi_2}, \quad \phi_1 > 0,\ 0 < \phi_2 < 1 \tag{7}$$

Le stock de carbone brut à l'instant t est $S(t)$. Le stock de carbone dans l'atmosphère est égal à la différence entre ce stock brut et le stock séquestré dans les sols agricoles ($S(t) - CS(t)$). Seul le carbone présent dans l'atmosphère est soumis à un processus d'assimilation naturelle au taux δ. Enfin, nous considérons que les émissions du reste du monde, qui contribuent à l'augmentation du stock de carbone, sont données, et nous les supposons constantes au cours du temps (E), considérant – sans doute avec optimisme – que les évolutions opposées des émissions au Nord et au Sud se compensent grossièrement. L'équation d'accumulation du stock brut de carbone s'écrit donc :

$$\dot{S}(t) = -\delta(S(t) - CS(t)) + E(t) + E \tag{8}$$

Le stock brut de carbone initial est donné, $S(0) = S_0 > 0$. Nous avons supposé que toutes les parcelles faisaient initialement l'objet d'une pratique agricole normale et qu'en l'absence de changement de pratique le stock de carbone séquestré sur une parcelle est cs_n. Sous ces hypothèses, le stock initial de carbone présent dans l'atmosphère est égal à $S_0 - B \cdot cs_n$.

La fonction de dommage, supposée linéaire, a comme argument le seul stock contribuant au réchauffement climatique :

$$D\left(S(t) - CS(t)\right) = \psi\left(S(t) - CS(t)\right), \quad \psi > 0 \tag{9}$$

Pour un taux d'escompte social r, la fonction de surplus social que cherche à maximiser le planificateur social est

$$V = \int_0^{\infty} e^{-rt}\left[B(E(t)) - D\left(S(t) - CS(t)\right) - C(A(t))\right] dt \tag{10}$$

Le programme du planificateur s'écrit ainsi :

$$\begin{cases}
\max V = \int_0^{\infty} e^{-rt}\left(\frac{\phi_1}{\phi_2}E(t)^{\phi_2} - \psi\left(S(t) - CS(t)\right) - \frac{\xi}{2}A(t)^2\right) dt \\
\begin{cases}
CS(t) = cs_n B + (cs^{!} - cs_n)\int_0^t a(z)(1 - e^{-s(t-z)})dz & \forall t \leq T^{\#} \\
CS(t) = cs_n B + (cs^{!} - cs_n)\int_0^{T^{!}} a(z)(1 - e^{-s(t-z)})dz & \\
\quad - (cs^{!} - cs_n)\int_{T^{!}}^{t} b(z)\left(1 - e^{-s(t-\chi(z))}\right) - \left(1 - e^{-s(z-\chi(z))}\right)e^{-s^{!}(t-z)}\Big) dz & \forall t > T^{\#}
\end{cases} \\
\int_{\chi(z)}^{T^{!}} a(\tau)d\tau = \int_{T^{!}}^{z} b(\tau)d\tau \\
\dot{S}(t) = -\delta(S(t) - CS(t)) + E(t) + E \\
\dot{A}(t) = a(t) - b(t) \\
0 \leq A(t) \leq B,\ 0 \leq a(t) \leq \overline{a} \ \text{ et } 0 \leq b(t) \leq \overline{a} \ \ \forall t \\
\text{et } S(0) = S_0,\ A(0) = 0,\ CS(0) = cs_n B \text{ donnés}
\end{cases}$$

En raison de l'hétérogénéité liée au timing potentiel dans le changement de pratique, l'équation (4) qui détermine la variable d'état $CS(t)$ ne peut pas prendre la forme d'une équation différentielle. Nous sommes donc confronté à un problème de contrôle optimal avec contrainte

dynamique sous forme d'intégrale. La méthode que nous utilisons est celle proposée par Kamien et Muller [1976]. En outre, la variable $CS(t)$ est déterminée de façon différente selon que l'économie est en phase de séquestration (avant $T^{\#}$) ou en phase de déséquestration (après $T^{\#}$). Nous sommes donc en présence d'un problème de contrôle optimal à deux phases, ce qui nous conduit à combiner la méthode de Kamien et Muller [1976] avec celle proposée par Tomiyama [1985], Tomiyama et Rossana [1989] et Saglam [2002] pour ce type de problème. L'annexe présente la détermination analytique des conditions nécessaires d'optimalité et des conditions de raccordement entre les deux phases, dans le cas général d'un problème à deux phases et contrainte intégrale, puis dans le cas particulier envisagé ici. Nous ne donnons dans le texte que la démarche et les résultats.

3.2 Avant $T^{\#}$: séquestration éventuellement suivie de *statu quo*

Le planificateur résout un programme d'optimisation en horizon fini en considérant l'horizon $T^{\#}$ et la fonction valeur du problème après $T^{\#}$, $V_+(S(T^{\#}), CS(T^{\#}), A(T^{\#}))$ comme donnés. Par définition de $T^{\#}$, on a $\forall t \geq T^{\#}$, $a(t) \geq 0$ et $b(t) = 0$. Le programme du planificateur s'écrit alors :

$$\left\{\begin{array}{l} \max \int_0^{T^{\#}} e^{-rt}\left(\frac{\phi_1}{\phi_2}E(t)^{\phi_2} - \psi\left(S(t) - CS(t)\right) - \frac{\xi}{2}A(t)^2\right)dt + V_+(S(T^{\#}), CS(T^{\#}), A(T^{\#})) \\ CS(t) = cs_n B + (cs^{\circ} - cs_n)\int_0^t a(z)(1 - e^{-s(t-z)})dz \\ \dot{S}(t) = -\delta(S(t) - CS(t)) + E(t) + E \\ \dot{A}(t) = a(t) \\ 0 \leq A(t) \leq B \text{ et } 0 \leq a(t) \leq \overline{a} \quad \forall t \\ \text{et } S(0) = S_0,\ A(0) = 0,\ CS(0) = cs_n B \text{ donnés} \end{array}\right. \tag{11}$$

On note $\lambda_{1\bullet}$ le prix implicite de S, $\lambda_{2\bullet}$ celui de A et $\nu_{\bullet}$ celui de CS. On montre en annexe que le hamiltonien courant associé à ce programme comportant une contrainte sous forme d'intégrale est[2] :

$$\begin{aligned} \mathcal{H}_{\bullet}(t) \;=\; & e^{-rt}\left(\frac{\phi_1}{\phi_2}E(t)^{\phi_2} - \psi\left(S(t) - CS(t)\right) - \frac{\xi}{2}A(t)^2\right) + \lambda_{1\bullet}(t)\left(-\delta(S(t) - CS(t)) + E(t) + E^{\#}\right) \\ & + \lambda_{2\bullet}(t)a(t) + (cs^{\circ} - cs_n)sa(t)\int_t^{T^{\circ}} \nu_{\bullet}(z)e^{-s(z-t)}dz \end{aligned}$$

3.2.1 Une solution bang-bang

Tout d'abord, la variable de contrôle $a(t)$ intervient de manière linéaire dans le hamiltonien. Nous sommes donc en présence d'un problème de bang-bang. Le coefficient associé à $a(t)$ dans le hamiltonien est :

$$\alpha(t) = \lambda_{2\bullet}(t) + (cs^{\circ} - cs_n)s\int_t^{T^{\circ}} \nu_{\bullet}(z)e^{-s(z-t)}dz \tag{12}$$

[2] Il n'est pas nécessaire d'utiliser une technique spécifique pour résoudre cette partie du problème, la contrainte portant sur le stock de carbone séquestré pouvant être réécrite sous la forme habituelle d'une équation différentielle. Ce n'est pas le cas dans la seconde partie du problème, et nous avons préféré utiliser la même technique de résolution dans les deux parties.

Il représente la différence entre le bénéfice associé à la séquestration et son coût. Le bénéfice est la somme des augmentations marginales de carbone dans le sol valorisées par le prix implicite du carbone stocké. Le coût est représenté par le prix implicite (négatif) de la terre servant à séquestrer $\lambda_2(t)$.

Tant que ce coefficient $\alpha(t)$ est positif, le bénéfice l'emporte sur le coût et on a $a(t) = \overline{a}$; quand il devient négatif, on a $a(t) = 0$. Il est également possible que la séquestration s'arrête avant que $\alpha(t)$ ne devienne négatif, si toutes les terres disponibles sont déjà utilisées pour séquestrer. La date T d'arrêt de la séquestration peut donc être

T_1 dans le cas d'une solution en coin, avec $A(T_1) = B$ et $\alpha(T_1) > 0$;

T_2 dans le cas d'une solution intérieure, avec $A(T_2) < B$ et $\alpha(T_2) = 0$.

Par ailleurs, entre 0 et T (égal à T_1 ou T_2 selon la configuration qui prévaut) on a $\dot{A}(t) = \overline{a}$ et donc

$$A(t) = \begin{cases} \overline{a}t, & t \leq T \\ \overline{a}T, & t \geq [T, T^{\#}] \end{cases} \tag{13}$$

3.2.2 Les conditions nécessaires d'optimalité

Les conditions nécessaires d'optimalité s'écrivent (voir l'annexe) :

$$\begin{aligned} e^{-rt}\phi_1 E(t)^{\phi_2 - 1} + \lambda_1(t) &= 0 \\ -e^{-rt}\psi - \lambda_1(t)\delta + \dot{\lambda}_1(t) &= 0 \\ -e^{-rt}\xi A(t) + \dot{\lambda}_2(t) &= 0 \\ e^{-rt}\psi + \lambda_1(t)\delta + \dot{\nu}(t) &= 0 \end{aligned}$$

On en déduit :

$$\frac{\dot{E}(t)}{E(t)} = \frac{1}{1 - \phi_2}\left(\frac{\psi}{\phi_1}E(t)^{1-\phi_2} - (r+\delta)\right)$$

qui s'intègre en :

$$E(t) = \left(E^{-\phi_2 - 1} + \left(E(0)^{\phi_2 - 1} - E^{-\phi_2 - 1}\right)^{\#} e^{(r+\delta)t}\right)^{\# \frac{1}{\phi_2 - 1}} \tag{14}$$

avec

$$E^{-} = \left(\frac{\phi_1(r+\delta)}{\psi}\right)^{\frac{1}{1-\phi_2}} \tag{15}$$

On a donc :

$$\lambda_1(t) = -e^{-rt}\phi_1\left(E^{-\phi_2 - 1} + \left(E(0)^{\phi_2 - 1} - E^{-\phi_2 - 1}\right)^{\#} e^{(r+\delta)t}\right)^{\#} \tag{16}$$

On a également $\dot{\nu}(t) = -\dot{\lambda}_1(t)$, d'où :

$$\nu(t) = \nu(0) + e^{-rt}\phi_1\left(E^{-\phi_2 - 1} + \left(E(0)^{\phi_2 - 1} - E^{-\phi_2 - 1}\right)^{\#} e^{(r+\delta)t}\right)^{\#} - \phi_1 E(0)^{\phi_2 - 1} \tag{17}$$

Enfin, on a

$$\dot{\lambda}_{2''}(t) = e^{-rt}\xi A(t) = e^{-rt}\xi \begin{cases} \overline{a}t, & 0 \leq t \leq T \\ \overline{a}T, & T \leq t \leq T^{\#} \end{cases}$$

qui s'intègre en :

$$\lambda_{2''}(t) = \begin{cases} \lambda_{2''}(0) - \frac{\xi\overline{a}}{r}\left(te^{-rt} - \frac{1-e^{-rt}}{r}\right), & 0 \leq t \leq T \\ \lambda_{2''}(T) - \frac{\xi\overline{a}T}{r}\left(e^{-rt} - e^{-rT}\right), & T \leq t \leq T^{\#} \end{cases} \tag{18}$$

la continuité en T exigeant que l'on ait :

$$\lambda_{2''}(T) = \lambda_{2''}(0) - \frac{\xi\overline{a}}{r}\left(Te^{-rT} - \frac{1-e^{-rT}}{r}\right) \tag{19}$$

On peut maintenant calculer explicitement $\alpha(t)$ à partir de l'équation (12), en fonction de T, $T^{\#}$, $\lambda_{2''}(0)$, $\nu''(0)$, $E(0)$ qui sont inconnus, et des paramètres du problème.

3.2.3 Les stocks de carbone

On peut calculer la valeur du stock de carbone séquestré par les sols avant $T^{\#}$:

$$CS(t) = cs_n B + (cs^{!} - cs_n)\overline{a} \begin{cases} t - \frac{1-e^{-st}}{s}, & 0 \leq t \leq T \\ T - e^{-st}\frac{e^{sT}-1}{s}, & T \leq t \leq T^{\#} \end{cases} \tag{20}$$

Le stock brut de carbone second quant à lui se calcule laborieusement mais sans difficulté à partir de l'équation suivante :

$$S(t) = e^{-\delta t}S_0 + \delta\int_0^t e^{-\delta(t-z)}CS(z)dz + \frac{E^{!}+E}{\delta}(1-e^{-\delta t}) \tag{21}$$

3.3 Après $T^{\#}$: déséquestration

$T^{\#}$ est par définition la date à laquelle commence la déséquestration. Donc $\forall t \geq T^{\#}$, $a(t) = 0$, $b(t) \geq 0$.

Les valeurs de $S(T^{\#})$, $CS(T^{\#})$ et $A(T^{\#}) \leq B$ sont considérées comme données et constituent les conditions initiales du problème après $T^{\#}$. Le programme du planificateur s'écrit :

$$\begin{cases} \max V_+ = \int_{T^{!}}^{\infty} e^{-rt}\left(\frac{\phi_1}{\phi_2}E(t)^{\phi_2} - \psi(S(t) - CS(t)) - \frac{\xi}{2}A(t)^2\right)dt \\ CS(t) = cs_n B + (cs^{!} - cs_n)\int_0^{T^{!}} a(z)(1-e^{-s(t-z)})dz \\ \quad - (cs^{!} - cs_n)\int_{T^{!}}^{t} b(z)\left(1-e^{-s(t-\chi(z))}\right) - \left(1-e^{-s(z-\chi(z))}\right)e^{-s^{!}(t-z)}dz \\ \int_{\chi(z)}^{T^{!}} a(\tau)d\tau = \int_{T^{!}}^{z} b(\tau)d\tau \\ \dot{S}(t) = -\delta(S(t) - CS(t)) + E(t) + E \\ \dot{A}(t) = -b(t) \\ 0 \leq A(t) \leq B \quad \text{et } 0 \leq b(t) \leq \overline{a} \quad \forall t \\ \text{et } S(T^{\#}),\ A(T^{\#}),\ CS(T^{\#}) \text{ donnés} \end{cases} \tag{22}$$

On note

$$f(t,z,\chi(z)) = (1 - e^{-s(t-\chi(z))}) - (1 - e^{-s(z-\chi(z))})e^{-s'(t-z)} \tag{23}$$

On peut alors écrire :

$$CS(t) = cs_n B + (cs' - cs_n)\int_0^{T'} a(z)(1 - e^{-s(t-z)})dz - (cs' - cs_n)\int_{T'}^{t} b(z)f(t,z,\chi(z))\,dz$$

ou encore, en remarquant que $CS(T^{\#}) = cs_n B + (cs' - cs_n)\int_0^{T'} a(z)(1 - e^{-s(T'-z)})dz$:

$$CS(t) = CS(T^{\#}) + (cs' - cs_n)(e^{-sT'} - e^{-st})\int_0^{T'} a(z)e^{sz}dz - (cs' - cs_n)\int_{T'}^{t} b(z)f(t,z,\chi(z))\,dz \tag{24}$$

On note λ_{1+} le prix implicite de S, λ_{2+} celui de A et ν_+ celui de CS. Le hamiltonien associé au problème est alors (voir l'annexe) :

$$\begin{aligned}\mathcal{H}_+(t) \;=\; & e^{-rt}\left[\frac{\phi_1}{\phi_2}E(t)^{\phi_2} - \psi(S(t) - CS(t)) - \frac{\xi}{2}A(t)^2\right] + \lambda_{1+}(t)\left[-\delta(S(t) - CS(t)) + E(t) + E^{\#}\right] \\ & - \lambda_{2+}(t)b(t) - (cs' - cs_n)b(t)\int_t^{\$} \nu_+(z)\frac{\partial f(z,t,\chi(t))}{\partial z}dz\end{aligned}$$

3.3.1 Une solution bang-bang

La variable de contrôle $b(t)$ intervient de manière linéaire dans le hamiltonien. Nous sommes donc de nouveau en présence d'un problème de bang-bang. Le coefficient associé à $b(t)$ est :

$$\beta(t) = -\lambda_{2+}(t) - (cs' - cs_n)\int_t^{\$} \nu_+(z)\frac{\partial f(z,t,\chi(t))}{\partial z}dz \tag{25}$$

C'est la différence entre le bénéfice et le coût associés à la déséquestration.

Tant que ce coefficient $\beta(t)$ est positif, le bénéfice associé à la déséquestration est supérieur au coût et on a $b(t) = \overline{a}$; quand il devient négatif, le coût l'emporte sur le bénéfice et on a $b(t) = 0$ (arrêt de la déséquestration). Il est également possible que la déséquestration s'arrête avant que $\beta(t)$ ne devienne négatif, si toutes les terres ayant servi à séquestrer du carbone sont revenues à un usage normal. On note $T^{\#\#}$ la date d'arrêt de la déséquestration.

Entre $T^{\#}$ et $T^{\#\#}$, on a $\dot{A}(t) = -\overline{a}$ et donc

$$A(t) = A(T^{\#}) - \overline{a}(t - T^{\#}) = \overline{a}(T + T^{\#} - t),\ T^{\#} \leq t \leq T^{\#\#} \tag{26}$$

Comme nous venons de le voir, deux configurations sont possibles.

- Dans la première, β ne devient jamais négatif après $T^{\#}$, et on déséquestre jusqu'à ce que la surface agricole cultivée avec la pratique séquestrante devienne nulle. On définit la date $T_1^{\#\#}$ comme la date à laquelle ceci se produit :

$$A(T_1^{\#\#}) = 0 \Rightarrow T_1^{\#\#} = T + T^{\#} \tag{27}$$

Dans la seconde configuration, l'économie s'arrête de déséquestrer avant que $T_1^{\#\#}$ ne soit atteinte. Il existe ainsi une date notée $T_2^{\#\#}$, comprise entre $T^{\#}$ et $T_1^{\#\#}$, à partir de laquelle $b(t) = 0$ et $A(t) = A(T_2^{\#\#})$ &t $ $T_2^{\#\#}$. Ceci suppose que β devienne négatif à partir de $T_2^{\#\#}$, avec $\beta(T_2^{\#\#}) = 0$.

Il s'agira d'étudier les conditions sous lesquelles l'une ou l'autre de ces configurations apparaît.

3.3.2 Les conditions nécessaires d'optimalité

On montre en annexe que les conditions nécessaires du premier ordre pour une solution intérieure sont :

$$\begin{aligned} e^{"rt}\phi_1 E(t)^{\phi_2 " 1} + \lambda_{1+}(t) &= 0 \\ ! e^{"rt}\psi \ ! \ \lambda_{1+}(t)\delta + \dot{\lambda}_{1+}(t) &= 0 \\ ! e^{"rt}\xi A(t) + \dot{\lambda}_{2+}(t) &= 0 \\ e^{"rt}\psi + \lambda_{1+}(t)\delta + \dot{\nu}_{+}(t) &= 0 \end{aligned}$$

tandis que les conditions de transversalité s'écrivent :

$$\lim_{t\%\$} \lambda_{1+}(t)S(t) = 0 \tag{28}$$

$$\lim_{t\%\$} \lambda_{2+}(t)A(t) = 0 \tag{29}$$

$$\lim_{t\%\$} \nu_{+}(t)CS(t) = 0 \tag{30}$$

Comme dans la première partie du problème, on déduit des conditions nécessaires :

$$\frac{\dot{E}(t)}{E(t)} = \frac{1}{1 \ ! \ \phi_2} \left(\frac{\psi}{\phi_1} E(t)^{1 " \phi_2} \ ! \ (r+\delta) \right)$$

Cette équation différentielle est instable : $\frac{\dot{E}(t)}{E(t)}$ croît avec $E(t)$. La solution en est donc la suivante (afin d'assurer le respect des conditions de transversalité) :

$$E(t) = E^! = \left(\frac{\phi_1(r+\delta)}{\psi} \right)^{\frac{1}{1 " \phi_2}}, \quad t \ ) \ T^{\#}, + + \tag{31}$$

On a alors

$$\lambda_{1+}(t) = ! \frac{\psi}{r+\delta} e^{"rt}, \quad t \ ) \ T^{\#}, + + \tag{32}$$

et $\dot{\nu}_{+}(t) = ! \dot{\lambda}_{1+}(t) = ! e^{"rt} \frac{\psi r}{r+\delta}$, d'où

$$\nu_{+}(t) = \nu_{+}(T^{\#}) + \frac{\psi}{r+\delta} \left(e^{"rt} \ ! \ e^{"rT^!} \right) \tag{33}$$

Rappelons que le stock de terres consacrées à la séquestration est, après $T^{\#}$:

$$A(t) = \begin{cases} \overline{a}(T + T^{\#} \ ! \ t), & T^{\#} \% t \% T^{\#\#} \\ A(T^{\#\#}) = \overline{a}(T + T^{\#} \ ! \ T^{\#\#}), & t \ \$ \ T^{\#\#} \end{cases} \tag{34}$$

La troisième condition d'optimalité s'écrit alors :

$$\dot{\lambda}_{2+}(t) = e^{-rt}\xi \begin{cases} \overline{a}(T + T^{\#} - t), & T^{\#} \leq t \leq T^{\#\#} \\ A(T^{\#\#}) = \overline{a}(T + T^{\#} - T^{\#\#}), & t \geq T^{\#\#} \end{cases}$$

et s'intègre en :

$$\lambda_{2+}(t) = \begin{cases} \lambda_{2+}(T^{\#}) + \left(-\frac{\xi\overline{a}T}{r} - \frac{\xi\overline{a}}{r^2}\right)\left(e^{-rT^{!}} - e^{-rt}\right) + \frac{\xi\overline{a}(t-T^{!})}{r}e^{-rt}, & T^{\#} \leq t \leq T^{\#\#} \\ -\frac{\xi\overline{a}(T+T^{!}-T^{!!})}{r}e^{-rt}, & t \geq T^{\#\#} \end{cases} \tag{35}$$

$\lambda_{2+}(t)$ doit être continu en $T^{\#\#}$, ce qui nécessite que l'on ait :

$$\lambda_{2+}(T^{\#}) = -\frac{\xi\overline{a}T}{r}e^{-rT^{!}} + \frac{\xi\overline{a}}{r^2}\left(e^{-rT^{!}} - e^{-rT^{!!}}\right) \tag{36}$$

On a donc finalement :

$$\lambda_{2+}(t) = \begin{cases} \frac{\xi\overline{a}}{r^2}\left(e^{-rt} - e^{-rT^{!!}}\right) - \frac{\xi\overline{a}T}{r}e^{-rt} + \frac{\xi\overline{a}(t-T^{!})}{r}e^{-rt}, & T^{\#} \leq t \leq T^{\#\#} \\ -\frac{\xi\overline{a}(T+T^{!}-T^{!!})}{r}e^{-rt}, & t \geq T^{\#\#} \end{cases} \tag{37}$$

On peut maintenant calculer explicitement $\beta(t)$ à partir de l'équation (25), en fonction de T, $T^{\#}$, $T^{\#\#}$, $\nu_+(T^{\#})$ qui sont inconnus, et des paramètres du problème. Notons que l'on a

$$\int_{\chi(t)}^{T} a(z)dz = \int_{T^{!}}^{t} b(z)dz + \overline{a}\int_{\chi(t)}^{T} dz = \overline{a}\int_{T^{!}}^{t} dz$$

ce qui permet d'obtenir $\chi(t)$:

$$\chi(t) = T + T^{\#} - t \tag{38}$$

et

$$\begin{aligned} & \int_{t}^{\infty} \nu_+(z)\frac{\partial f(z,t,\chi(t))}{\partial z}dz \\ = & \int_{t}^{\infty} \left(\nu_+(T^{\#}) + \frac{\psi}{r+\delta}\left(e^{-rz} - e^{-rT^{!}}\right)\right)\left(se^{-s(z-\chi(t))} + s^{\#}\left(1 - e^{-s(t-\chi(t))}\right)e^{-s^{!}(z-t)}\right)dz \\ = & \nu_+(T^{\#}) - \frac{\psi}{r+\delta}e^{-rT^{!}} + \frac{\psi r}{(r+\delta)(r+s^{\#})}e^{-rt}\left(\frac{s^{\#}}{r} - \frac{s^{\#} - s}{r+s}e^{-s(2t-(T+T^{!}))}\right) \end{aligned}$$

3.3.3 Les stocks de carbone

On a :

$$\begin{aligned} CS(t) &= CS(T^{\#}) + (cs^{!} - cs_n)\overline{a}\left(\left(e^{-sT^{!}} - e^{-st}\right)\frac{e^{sT} - 1}{s} - \begin{cases} \int_{t}^{T^{!!}} f(t,z,\chi(z))\,dz & \text{pour } T^{\#} \leq t \leq T^{\#\#} \\ \int_{T^{!}}^{T^{!!}} f(t,z,\chi(z))\,dz & \text{pour } t \geq T^{\#\#} \end{cases}\right) \\ &= CS(T^{\#}) + (cs^{!} - cs_n)\overline{a}\left(e^{-sT^{!}} - e^{-st}\right)\frac{e^{sT} - 1}{s} - (cs^{!} - cs_n)\overline{a} \begin{cases} t - T^{\#} - \frac{1}{s^{!}} - \frac{1}{s}e^{-s(t-T)} + \frac{1}{s^{!}}e^{-s^{!}(t-T^{!})} - \frac{s^{!}-s}{s(2s-s^{!})}e^{s(T+T^{!}-2t)} \\ \quad + \frac{1}{2s-s^{!}}e^{s(T-T^{!})+s^{!}(T^{!}-t)} & \text{pour } T^{\#} \leq t \leq T^{\#\#} \\ T^{\#\#} - T^{\#} + \frac{1}{s}\left(e^{-s(t-T)} - e^{-s(T^{!!}-T^{!})} - 1\right) - \frac{1}{s^{!}}\left(e^{-s^{!}(t-T^{!})} - e^{-s^{!}(T^{!!}-T^{!})} - 1\right) \\ - \frac{1}{2s-s^{!}}e^{-s^{!}t}\left(e^{-s(2T^{!!}-T-T^{!})+s^{!}T^{!!}} - e^{-s(T^{!}-T)+s^{!}T^{!}}\right) & \text{pour } t \geq T^{\#\#} \end{cases} \end{aligned} \tag{39}$$

expression dans laquelle $T^{\#\#}$ est $T_1^{\#\#}$ ou $T_2^{\#\#}$ selon la configuration qui prévaut.

On voit alors sans difficulté que

$$\lim_{t\to\infty} CS(t) = CS^{!} = cs_n B + (cs^{!} - cs_n)\overline{a}(T + T^{\#} - T^{\#\#}) \tag{40}$$

En outre, on montre aisément que l'équation d'accumulation du stock brut de carbone

$$\dot{S}(t) = -\delta(S(t) - CS(t)) + E^{!} + E \tag{41}$$

s'intègre en :

$$S(t) = e^{-\delta(t-T^{!})}S(T^{\#}) + \delta\int_{T^{!}}^{t} e^{-\delta(t-z)}CS(z)dz + \frac{E^{!}+E}{\delta}\left(1 - e^{-\delta(t-T^{!})}\right) \tag{42}$$

où $CS(z)$ est donné par l'équation (39). Notons que l'on a :

$$\lim_{t\to\infty} S(t) = S^{!} = CS^{!} + \frac{E^{!}+E}{\delta} \tag{43}$$

3.4 Les conditions de raccordement

On montre en annexe que les conditions de raccordement entre les deux phases du problème s'écrivent, dans le cas d'une solution intérieure $0 < T^{\#} < +\infty$:

$$\lambda_{1-}^{!}(T^{\#}) = \lambda_{1+}^{!}(T^{\#}) \tag{44}$$

$$\lambda_{2-}^{!}(T^{\#}) = \lambda_{2+}^{!}(T^{\#}) \tag{45}$$

$$\nu_{-}^{!}(T^{\#}) = \nu_{+}^{!}(T^{\#}) \tag{46}$$

$$\begin{aligned}\theta_{-}^{!}(T^{\#}) + \int_{0}^{T^{!}} \frac{\partial\theta_{-}^{!}(t)}{\partial T^{\#}}dt &= \theta_{+}^{!}(T^{\#}) - \int_{T^{!}}^{\infty} \frac{\partial\theta_{+}^{!}(t)}{\partial T^{\#}}dt \\ &\quad - (cs^{!} - cs_n)\overline{a}\frac{\partial}{\partial T^{\#}}\left[\nu_{+}^{!}(T^{\#})\int_{0}^{T}(1 - e^{-s(T^{!}-z)})dz\right] \\ &\quad + (cs^{!} - cs_n)\overline{a}\nu_{+}^{!}(T^{\#})\frac{\partial}{\partial t}\left[\int_{0}^{T}(1 - e^{-s(t-z)})dz\right]_{T^{!}}\end{aligned} \tag{47}$$

Dans le cas d'une solution en coin, la dernière de ces conditions se transforme en inégalité. Si le membre de gauche de l'inégalité est plus grand que le membre de droite, la solution optimale est de ne jamais déséquestrer : $T^{\#} = +\infty$. S'il est inférieur en revanche, la solution est $T^{\#} = 0$ et donc $T = 0$: il optimal de ne jamais commencer à séquestrer du carbone dans les sols agricoles.

La première de ces conditions s'écrit, d'après les équations (16) et (32) :

$$-e^{-rt}\phi_1\left[\frac{\psi}{\phi_1(r+\delta)} + \left[E(0)^{\phi_2-1} - \frac{\psi}{\phi_1(r+\delta)}\right]e^{(r+\delta)t}\right] = -\frac{\psi}{r+\delta}e^{-rt}$$

et on a donc :

$$E(0) = E^{!} = \left[\frac{\phi_1(r+\delta)}{\psi}\right]^{\frac{1}{1-\phi_2}} \tag{48}$$

ce qui entraîne

$$E(t) = E^{!} \quad \&t \,\%\, T^{\#} \tag{49}$$

$$\lambda_{1"}(t) = \; ! \frac{\psi}{r+\delta} e^{"rt} \tag{50}$$

$$\nu_{"}(t) = \frac{\psi}{r+\delta} e^{"rt} \tag{51}$$

Les émissions sont donc, sur toute la trajectoire, constantes et indépendantes des choix faits par ailleurs en matière de séquestration du carbone dans les sols agricoles. De façon naturelle, elles sont d'autant plus élevées que les bénéfices qu'en retire l'économie sont grands, que les taux d'actualisation et d'absorption naturelle sont élevés et que le dommage marginal est faible.

La deuxième condition de raccordement (équation (45)) permet d'écrire, en utilisant les équations (18), (19) et (36) :

$$\lambda_{2"}(0) = \frac{\xi\overline{a}}{r^2} \left(e^{"rT} + e^{"rT^{!}} \; ! \; e^{"rT^{!!}} \; ! \; 1 \right) \tag{52}$$

La troisième condition de raccordement (équation (46)) est confondue avec la première (équation (44)).

Enfin, la quatrième condition de raccordement s'écrit, dans le cas $0 < T^{\#} < +$ (voir annexe) :

$$\begin{aligned} & (cs^{!} \; ! \; cs_n) \frac{\psi}{r+\delta} \left(\frac{r+s}{s} e^{"sT^{!}} \left(e^{sT} \; ! \; 1 \right) ! \; rT + \frac{r}{r+s^{\#}} \left(\frac{s^{\#}}{r} \; ! \; \frac{s^{\#} \; ! \; s}{r+s} e^{"s(T^{!} "T)} \right) \right) \\ = \; & \frac{\xi\overline{a}T}{r} \; ! \; \frac{\xi\overline{a}}{r^2} \left(1 \; ! \; e^{"r(T^{!!} "T^{!})} \right) \end{aligned} \tag{53}$$

3.5 Les dates optimales

Les dates optimales T, $T^{\#}$ et $T^{\#\#}$ sont données par trois équations que nous récapitulons ici dans chacun des cas susceptibles d'apparaître.

3.5.1 Cas d'une solution intérieure

Dans ce cas, la date T d'arrêt de la séquestration est T_2, défini par $\alpha(T_2) = 0$, c'est-à-dire, d'après l'équation (12) :

$$\lambda_{2"}(T_2) + (cs^{!} \; ! \; cs_n) s \int_{T_2}^{T^{!}} \nu_{"}(z) e^{"s(z"T_2)} dz = 0$$

soit, en utilisant les équations (19), (52) et (51) :

$$\frac{\xi\overline{a}}{r^2} e^{"r(T^{!}"T_2)} \left(1 \; ! \; e^{"rT_2} \right) ! \; \frac{\xi\overline{a}T_2}{r} + (cs^{!} \; ! \; cs_n) \frac{\psi s}{(r+\delta)(r+s)} \left(1 \; ! \; e^{"(r+s)(T^{!}"T_2)} \right) = 0 \tag{54}$$

La date d'arrêt de la déséquestration $T^{\#\#}$ est $T_2^{\#\#}$, défini par $\beta(T_2^{\#\#}) = 0$, c'est-à-dire, d'après l'équation (25) :

$$! \; \lambda_{2+}(T_2^{\#\#}) \; ! \; (cs^{!} \; ! \; cs_n) \int_{t}^{!\$} \nu_{+}(z) \frac{\partial f(z,t,\chi(t))}{\partial z} dz = 0$$

soit, en utilisant les équations (37) et (33) :

$$(cs^{!} \ ! \ cs_n)\frac{\psi r}{(r+\delta)(r+s^{\#})} \left(\frac{s^{\#}}{r} \ ! \ \frac{s^{\#} \ ! \ s}{r+s} e^{" s(2T_2^{!!} " T_2 " T^{!})} \right) = \frac{\xi \overline{a}}{r}(T_2 + T^{\#} \ ! \ T_2^{\#\#}) \tag{55}$$

La date $T^{\#}$ de début de la déséquestration est donnée par la quatrième condition de raccordement, c'est-à-dire l'équation (53) dans laquelle $T = T_2$ et $T^{\#\#} = T_2^{\#\#}$.

Enfin, le triplet $(T_2, T^{\#}, T_2^{\#\#})$ solution doit vérifier $0 \ \% \ T_2 \ \% \ \frac{B}{\overline{a}} \ \% \ T^{\#} \ \% \ T_2^{\#\#} \ \% \ T_2 + T^{\#}$. Dans le cas particulier où $T_2 = T^{\#}$, il n'y a pas de phase de statut quo, la déséquestration commence dès la fin de la séquestration. Le cas particulier où $T^{\#} = T_2^{\#\#}$ peut également apparaître. Alors, il est optimal d'arrêter de déséquestrer dès que la déséquestration commence, c'est-à-dire finalement de ne jamais déséquestrer.

3.5.2 Cas d'une solution en coin après $T^{\#}$

Dans ce cas, la date T d'arrêt de la séquestration est de nouveau T_2 (équation (54)), tandis que la date $T^{\#\#}$ d'arrêt de la déséquestration est maintenant $T_1^{\#\#}$, définie par :

$$T_1^{\#\#} = T_2 + T^{\#} \tag{56}$$

Enfin, la date $T^{\#}$ de début de la déséquestration est donnée par l'équation (53) dans laquelle $T = T_2$ et $T^{\#\#} = T_1^{\#\#}$.

3.5.3 Cas d'une solution en coin avant $T^{\#}$

Dans ce cas, la date T est T_1, donnée par :

$$T_1 = \frac{B}{\overline{a}}$$

tandis que la date $T^{\#\#}$ est $T_2^{\#\#}$ définie par l'équation

$$(cs^{!} \ ! \ cs_n)\frac{\psi r}{(r+\delta)(r+s^{\#})} \left(\frac{s^{\#}}{r} \ ! \ \frac{s^{\#} \ ! \ s}{r+s} e^{" s(2T_2^{!!} " T_1 " T^{!})} \right) = \frac{\xi \overline{a}}{r}(T_1 + T^{\#} \ ! \ T_2^{\#\#}) \tag{57}$$

Enfin, la date $T^{\#}$ de début de la déséquestration est donnée par l'équation (53) dans laquelle $T = T_1$ et $T^{\#\#} = T_2^{\#\#}$.

3.5.4 Cas d'une solution en coin avant et après $T^{\#}$

Dans ce cas, la date T est $T_1 = \frac{B}{\overline{a}}$, tandis que la date $T^{\#\#}$ d'arrêt de la déséquestration est $T_1^{\#\#} = T_1 + T^{\#}$. Enfin, la date $T^{\#}$ de début de la déséquestration est donnée par l'équation (53) dans laquelle $T = T_1$ et $T^{\#\#} = T_1^{\#\#}$.

3.5.5 Cas $T^{\#} \; " \; +$

Dans ce cas, on a également $T^{\#\#} \; " \; +$. La date d'arrêt de la séquestration T peut être égale à $T_1 = \frac{B}{\overline{a}}$ (solution en coin), ou à T_2 (solution intérieure), auquel cas l'équation (54) s'écrit :

$$(cs^{!} \; ! \; cs_n)\frac{\psi s}{(r+\delta)(r+s)} = \frac{\xi \overline{a} T_2}{r}$$

d'où

$$\overline{T}_2 = \frac{(cs^{!} \; ! \; cs_n)\psi r s}{\xi \overline{a}(r+\delta)(r+s)} \tag{58}$$

$\overline{T}_2$ doit être inférieur à $\frac{B}{\overline{a}}$. $\overline{T}_2$ est d'autant plus élevé que le gain apporté en terme de séquestration par le changement de pratique $(cs^{!} \; ! \; cs_n)$ est grand, que le dommage marginal ψ est élevé, que le coût direct de la séquestration ξ et le coût d'ajustement $\overline{a}$ sont faibles, et que le taux d'absorption naturelle du carbone δ est faible. On montre en outre que $\overline{T}_2$ croît avec la vitesse d'absorption du carbone par les sols s, et croît avec le taux d'actualisation r si et seulement si $s\delta > r^2$.

Le membre de gauche de la quatrième condition de raccordement vaut (voir l'annexe) :

$$(cs^{!} \; ! \; cs_n)\frac{\psi}{r+\delta}\overline{a}e^{" (r+s)T^{!}}\left(e^{sT} \; ! \; 1\right)^{2}$$

et le membre de droite vaut :

$$\overline{a}e^{" rT^{!}}\left(\frac{\xi \overline{a} T}{r} \; ! \; \frac{\xi \overline{a}}{r^2}\left(1 \; ! \; e^{" r(T^{!!} " T^{!})}\right)^{\#} \; ! \; (cs^{!} \; ! \; cs_n)\frac{\psi r}{(r+\delta)(r+s^{\#})}\left(\frac{s^{\#}}{r} \; ! \; \frac{s^{\#} \; ! \; s}{r+s}e^{" s(T^{!} " T)}\right)\right)$$
$$+\frac{\psi r}{r+\delta}(cs^{!} \; ! \; cs_n)\left(T \; ! \; e^{" sT^{!}}\frac{e^{sT} \; ! \; 1}{s}\right).$$

Tous deux tendent donc vers 0. Une condition suffisante pour que le membre de gauche tende moins vite vers 0 que le membre de droite est :

$$\frac{\xi \overline{a} T}{r} \; ! \; (cs^{!} \; ! \; cs_n)\frac{\psi s^{\#}}{(r+\delta)(r+s^{\#})} + \frac{\psi r}{r+\delta}(cs^{!} \; ! \; cs_n)T < 0$$

Dans le cas d'une solution intérieure, cette condition s'écrit encore :

$$\left(\frac{\xi \overline{a}}{r} + \frac{\psi r}{r+\delta}(cs^{!} \; ! \; cs_n)\right)\overline{T}_2 < (cs^{!} \; ! \; cs_n)\frac{\psi s^{\#}}{(r+\delta)(r+s^{\#})}$$

$$* \quad \left(1 + \frac{(cs^{!} \; ! \; cs_n)\psi r^2}{\xi \overline{a}(r+\delta)}\right)\frac{s}{r+s} < \frac{s^{\#}}{r+s^{\#}}$$

$$* \quad \begin{cases} s < \frac{\xi \overline{a}(r+\delta)}{(cs^{\#} " cs_n)\psi r} = \overline{s} \\ s^{\#} > \frac{1+\frac{r}{s}}{\frac{1}{s} " \frac{1}{\overline{s}}} = \overline{s}^{\#} \end{cases}$$

Une condition suffisante pour qu'il soit optimal de ne jamais déséquestrer est donc que la vitesse de séquestration ne soit pas trop grande ($s < \overline{s}$) et que la vitesse de déséquestration soit au contraire élevée ($s^{\#} < \overline{s}^{\#}$).

3.5.6 Cas où on ne commence jamais à séquestrer

Dans ce dernier cas, $T^{\#} = 0$, et donc également $T = 0$ et $T^{\#\#} = 0$.

Le membre de gauche de la quatrième condition de raccordement vaut alors :

$$(cs^{!} - cs_n)\frac{\psi}{r+\delta}\frac{r}{r+s^{\#}}\left(\frac{s^{\#}}{r} - \frac{s^{\#} - s}{r+s}\right)$$

tandis que le membre de droite est nul. Cette solution est donc valide si et seulement si le membre de gauche est négatif, c'est-à-dire :

$$\frac{s^{\#}}{r} < \frac{s^{\#} - s}{r+s} \Leftrightarrow \frac{s}{r} < -\frac{s}{s^{\#}}$$

ce qui est impossible. Sous nos hypothèses, il est donc toujours optimal de séquestrer dès l'instant initial du carbone dans les sols agricoles.

4 Calibrage et résultats numériques[3]

Nous calibrons le modèle analytique à partir de données françaises. Le potentiel de séquestration additionnelle de carbone par les sols agricoles est évalué sur la base du rapport scientifique de l'INRA [2002]. Pour estimer le bénéfice associé aux émissions nous utilisons le compte de référence du modèle d'équilibre général calculable dynamique GEMINI-E3. Il nous semble illusoire de vouloir chiffrer de manière relativement consensuelle à partir d'études empiriques la valeur du dommage marginal pour la France dû à une augmentation du stock de carbone dans l'atmosphère. La méthode utilisée ici consiste à évaluer ce dommage de manière à obtenir un niveau d'émissions optimal correspondant à un objectif "officiel". Deux niveaux d'émissions sont retenus, afin de mesurer la sensibilité de nos résultats à la valeur de ce paramètre. Le premier fixe les émission à leur valeur de 1990, cible du protocole de Kyoto pour la France. Ce scénario est par la suite dénommé "*Kyoto for ever*". Le second prend comme référence le nouveau cap fixé pour la France, qui propose une division d'un facteur 4 de nos émissions de gaz à effet de serre d'ici 2050. Ce scénario sera dénommé "*Facteur 4*". Le coût associé à un changement de pratique n'a pas fait l'objet de travaux précis en France. Nous effectuons donc les simulations selon différentes valeurs du paramètre de la fonction de coût, en prenant soin de comparer le coût moyen à la valeur ajoutée nette moyenne par hectare.

4.1 Potentiel de séquestration additionnelle de carbone dans les sols agricoles

Le potentiel de séquestration additionnelle de carbone dans les sols agricoles en France métropolitaine est calibré à partir des données recensées dans le rapport de l'INRA [2002]. Pour déterminer ce potentiel il nous faut définir les surfaces totales de terres arables qui peuvent faire l'objet d'un changement d'usage ou de pratique. Sachant que nous ne nous intéressons qu'aux pratiques et usages ayant un pouvoir de stockage additionnel réellement significatif, les hypothèses que nous avons retenues sont les suivantes :

[3] Nous remercions Stéphane de Cara et Marc Vielle pour leurs précieuses informations.

Afforestation de terres agricoles. L'INRA retient une fourchette allant de 30 000 à 80 000 ha par an (ce dernier chiffre étant le rythme actuel d'accroissement des surfaces boisées). A partir d'une valeur moyenne de 40 000 ha/an sur une période 50 ans, nous obtenons un total de 2 millions d'hectares.

Mise en prairie permanente. Ce sont les mêmes ordres de grandeur que pour l'afforestation, avec une fourchette qui va de 10 000 à 80 000 ha/an. Pour simplifier nous avons retenu le même potentiel de surface, à savoir, 2 millions d'hectares.

Adoption du semi-direct. L'INRA estime que 70% d'un potentiel total, évalué à 18 M ha, peut faire l'objet de ce changement de pratique, soit 12,6 millions d'hectares.

Implantation de cultures intermédiaires. Nous retenons la borne maximale de l'INRA, soit 2,5 millions d'hectares.

Enherbement des vignes et vergers. Il est possible d'appliquer cette pratique sur environ 50% des 1,1 Mha concernés, soit un total de 0,55 Mha.

Le potentiel total de surface de terres arables pouvant faire l'objet d'un changement d'usage ou d'un changement de pratique s'élève donc à 19,65 millions d'hectares. Pour évaluer les capacités de séquestration additionnelle il faut ensuite déterminer la nature de la pratique et de l'usage de chacune de ces surfaces avant changement. Nous faisons l'hypothèse que ces surfaces (à l'exception des vignes et vergers et des cultures intermédiaires) sont initialement dédiées à la culture céréalière avec travail du sol conventionnel. Le potentiel de stockage additionnel pour chacun de ces changements et leurs vitesses de séquestration et de déséquestration sont présentés dans le tableau 2.

Table 2: Potentiel de surface et propriétés du processus de stockage-déstockage

	Potentiel de surface (Mha)	$cs^!$ (tC/ha)	cs_n (tC/ha)	$cs^! \ ! \ cs_n$ (tC/ha)	s	$s^\#$	Stock additionnel de carbone (MtC)
Afforestation	2	70	40	30	0,0175	0,07	60
Mise en prairie	2	65	40	25	0,025	0,07	50
Semi-direct	12,6	52	40	12	0,01	0,04	151,2
Cultures intermédiaires	2,5	40	30	10	0,025	0,025	25
Enherbement	0,55	48	40	8	0,025	0,025	4,4
Total	19,65	275	190	85			290,6

Pour l'ensemble de ces surfaces potentielles, le stock de carbonne additionnel qu'il est possible de séquestrer s'élève à long terme à 290,6 MtC. Il faut bien garder à l'esprit que cette mesure porte sur le long terme (compte tenu des vitesses de séquestration, il faut raisonner en centaines d'années et non pas en années avant d'atteindre cette valeur) et suppose que ces changements sont permanents. Il faut donc bien le voir comme un stockage additionnel potentiel "théorique". La pratique du semi-direct représente plus de 50% de ce potentiel théorique, suivie de l'afforestation

(plus de 20%) et de la mise en prairie permanente (17%). Ces trois catégories représentent plus de 90% du potentiel de stockage supplémentaire. Il faut noter également que ce sont celles pour lesquelles il existe une dissymétrie entre les processus de séquestration et de déséquestration.

Dans notre modèlisation, déjà complexe, nous avons retenu des surfaces agricoles homogènes au niveau de leur pratique et usage. Un moyen pour concilier cette hypothèse simplificatrice avec l'hétérogénéité des surfaces agricoles françaises décrite précédemment, consiste à définir un hectare "type", représentatif de cette hétérogénéité. Pour un hectare homogène dans notre modélisation, le passage à des pratiques et usages plus favorables pour la séquestration du carbone se traduit par une conversion de 0,10 ha pour l'afforestation, 0,10 ha de mise en prairie permanente, 0,64 ha avec semi-direct, 0,13 ha avec cultures intermédiaires et 0,03 ha de vignes et vergers sur lesquels est pratiqué l'enherbement. Ces valeurs représentent la part de chacune de ces conversions possibles dans le total des terres agricoles. Cela revient à supposer que tout changement se fait systématiquement selon cette même clé de répartition.

Table 3: Paramètres du processus de stockage-déstockage pour un hectare type

Pour 1 ha type	Répartition	$cs^!$ tC	cs_n tC	$cs^!$! cs_n tC	s	$s^\#$
Afforestation	0,10	7,12	4,07	3,05		
Mise en prairie	0,10	6,62	4,07	2,54		
Semi-direct	0,64	33,34	25,65	7,69		
Cultures intermédiaires	0,13	5,09	3,82	1,27		
Enherbement	0,03	1,34	1,12	0,22		
Total	1	53,52	38,73	14,79	0,0203	0,037

Pour cet hectare type, nous pouvons déterminer le stock de carbone initial pour une pratique normale ($cs_n = 38,73$ tC) et le stcok de carbone après conversion des surfaces ($cs^! = 53,52$ tC). ce qui correspond à un potentiel de stockage additionnel d'environ $14,8$ tC/ha. Nous avons également reconstitué le processus de stockage à partir des informations du tableau précédent. Nous avons de même réalisé ces calculs pour le processus de déséquestration, en faisant l'hypothèse que chaque surface avait atteint $cs^!$ avant de revenir à un usage ou une pratique dite normale. A partir de l'évolution du stock de carbone séquestré, il a été possible de régresser les équations (1) et (2) avec comme paramètre à estimer, respectivement, s et $s^\#$. On obtient pour le processus de séquestration une valeur de s de $0,0203$ pour cet hectare type; et un processus de déséquestration plus rapide avec $s^\# = 0,037$. L'ensemble de ces informations, pour un hectare type, sont présentées dans le tableau 3.

Afin de visualiser la lenteur des processus respectifs, nous représentons sur la figure 10 l'évolution du stock de carbone séquestré pour un hectare qui est converti à des pratiques ou usages plus séquestrants à la période 0, et l'évolution de ce stock pour un hectare qui retourne à une culture dite normale à la période 0. Il faut plus de 250 années dans le cas de la séquestration pour que le stock rejoigne sa valeur stationnaire, alors qu'il faut pratiquement 150 années pour la déséquestration.

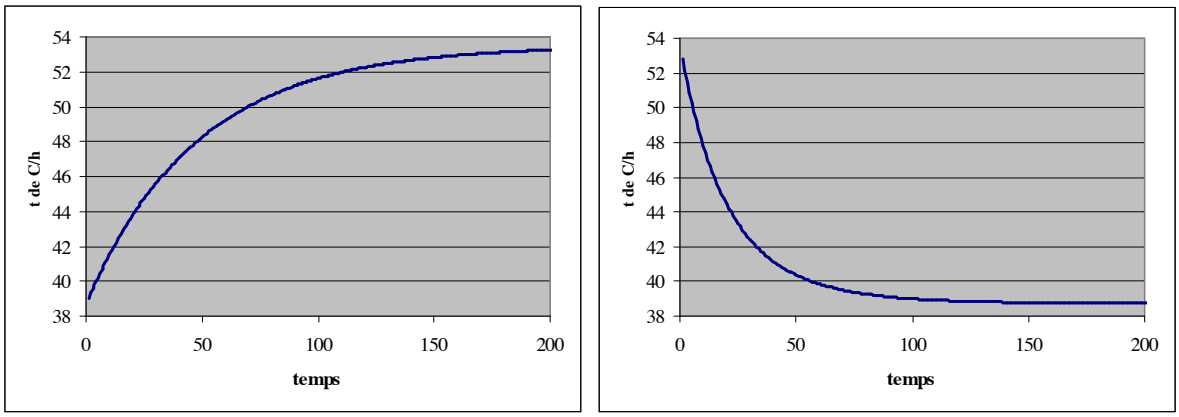


Figure 10 : Stock de carbone séquestré et déséquestration (hectare type)

Reste à déterminer la valeur de $\bar{a}$. Le rapport de l'INRA insiste sur la nécessité d'identifier les contraintes technico-économiques susceptibles de s'opposer à l'adoption des pratiques stockantes. Elle peuvent prendre la forme de difficultés agronomiques, des coûts des équipements, de charge de travail supplémentaire, d'évolution des marchés... Cependant, l'état de l'art en la matière aujourd'hui ne permet pas de quantifier ces différentes contraintes. De nombreuses lacunes et incertitudes persistent, y compris parfois sur le sens des évolutions attendues. On trouve néanmoins quelques informations sur les contraintes agronomiques liées aux différents changements de pratique : l'adoption de cultures intermédiaires ne pose pas de problèmes insurmontables, l'enherbement lui aussi peut être réalisé sans trop de difficultés, à la condition que l'alimentation en eau puisse suivre ; c'est l'adoption du semi-direct qui révèle le plus de contraintes techniques. Sans rentrer dans le détail, les scénarios de l'INRA supposent deux horizons pour le basculement en semi-direct suivant que ces contraintes pourront être plus ou moins facilement levées : un basculement en 20 ans ou un basculement en 50 ans.

Ce sont ces deux horizons que nous retenons ici. Il faut bien noter que notre méthode, développée précédemment, suppose que chaque type de terres passe aux nouvelles pratiques à la même vitesse. Par conséquent, le basculement vers les cultures intermédiaires ou l'enherbement qui pourrait se réaliser relativement rapidement se fait, dans nos calculs, au même rythme que le semi-direct. Il en va de même pour la conversion en nouveaux usages (afforestation, mise en prairie).

Les deux scénarios sont présentés dans le tableau 4. On peut vérifier que pour ces deux scénarios $\int_0^T \bar{a}_t dt = B$ (avec $T = 20$ dans le premier cas et 50 dans le deuxième).

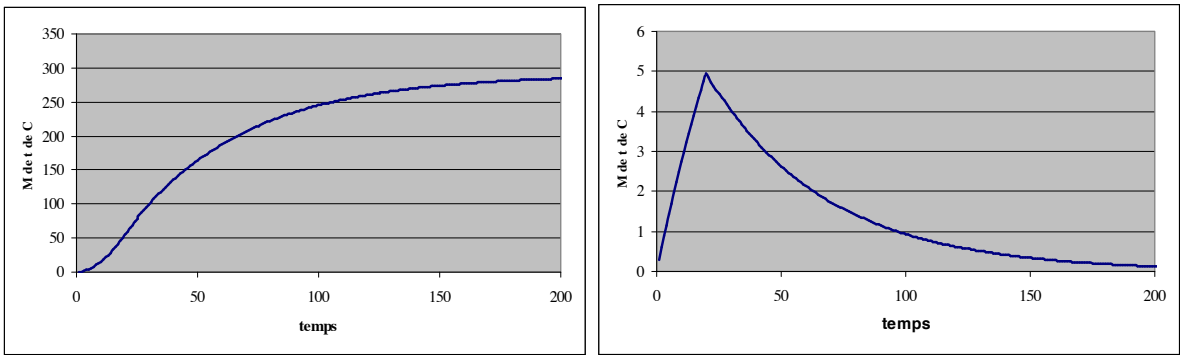
4.1.1 Scénario d'un basculement en 20 ans

Dans ce scénario, c'est pratiquement 1Mha qui passe chaque année à une pratique favorable à la séquestration du carbone. Puisque la conversion ne se fait pas en une seule période (mais en 20

Table 4: Surfaces qui passent annuellement à une pratique plus stockante

en M ha/an	scénario avec basculement en 20 ans	scénario avec basculement en 50 ans
Afforestation	0,1	0,04
Mise en prairie	0,1	0,04
Semi-direct	0,63	0,252
Cultures intermédiaires	0,125	0,05
Enherbement	0,0275	0,011
Total = $\bar{a}_T$	0,9825	0,393

ans), il faut plus de temps, par rapport à la dynamique présentée pour un hectare type, avant que le processus atteigne son stock stationnaire de long terme ($290,6$ MtC). Pour les mêmes raisons, le flux annuel supplémentaire d'émissions stockées est d'abord croissant, passant de $0,3$ MtC la première année à son maximum $4,94$ MtC vingt ans plus tard, puis décroissant. Ces différentes évolutions sont représentées sur la figure 11.

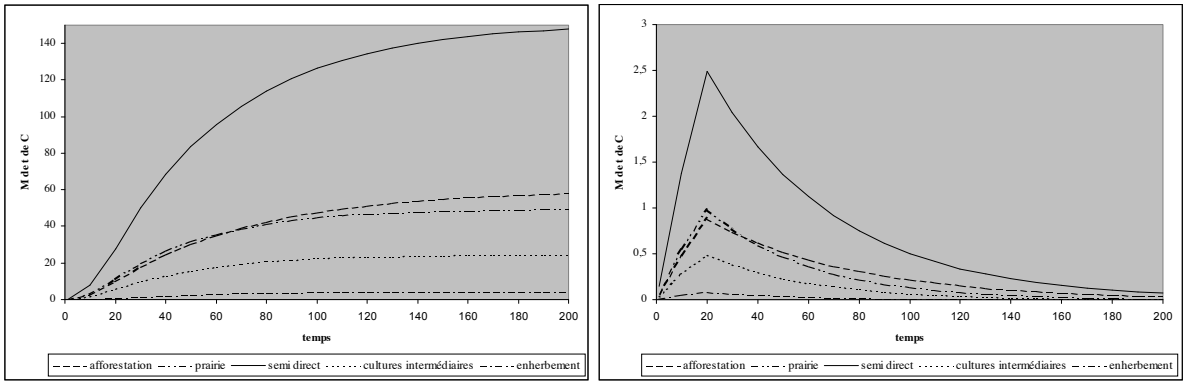


Stockage additionnel total (20 ans) Flux annuel d'émissions stockées (20 ans)

Figure 11

Sur les vingt premières années, le flux de séquestration additionnel est de $2,77$ MtC/an, ce qui nous situe dans le haut de la fourchette des évaluations de l'INRA (entre 1 et 3 MtC/an sur 20 ans). Ces moyennes annuelles doivent d'ailleurs être prises avec beaucoup de précaution. En effet, à l'horizon du protocole de Kyoto (2012), si on utilise cette valeur moyenne, le stock additionnel résultant d'une politique en faveur de la séquestration appliquée dès 2006 serait de $19,39$ MtC, alors que sa valeur effective serait de $8,05$ MtC. Cette politique permettrait de réduire le flux d'émissions totales de CO_2 de la France métropolitaine en 2012 de l'ordre de 1,84% des émissions de 2000 (soit $1,85$ MtC pour un total de 107 MtC).

La figure 12 présente la désagrégation de ces deux évolutions par pratique et usage.

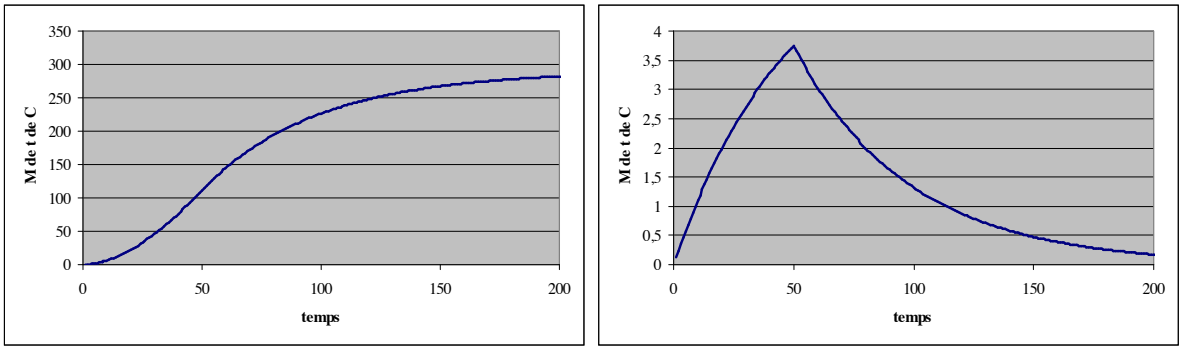


Stockage additionnel par pratique (20 ans) Flux annuel par pratique (20 ans)

Figure 12

4.1.2 Scénario d'un basculement en 50 ans

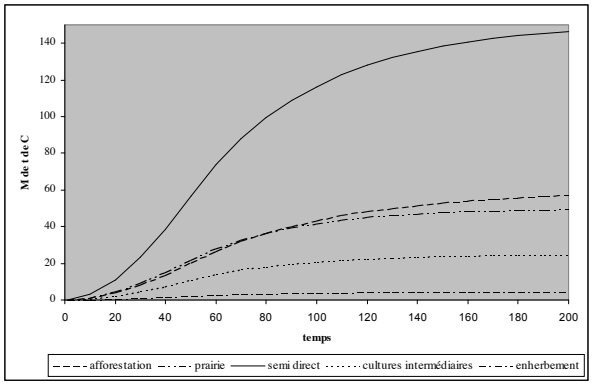
En toute logique, il faut attendre 50 ans pour que le flux annuel atteigne sa valeur maximale (laquelle est inférieure à la valeur maximale pour un scénario en 20 ans, $3,74$ MtC contre $4,94$ MtC). Sur les cinquante premières années, le flux de séquestration addtionnelle s'élève en moyenne annuelle à $2,23$ MtC/an. Cette moyenne annuelle sur les 20 premières années descend à $1,11$ MtC/an. En comparaison avec les calculs précédents du scénario en 20 ans, la réduction des émissions totales de CO_2 de la France métropolitaine en 2012 serait dans cette variante de l'ordre de 0,73% des émissions de 2000 (soit une réduction de $0,78$ MtC). Voir la figure 13



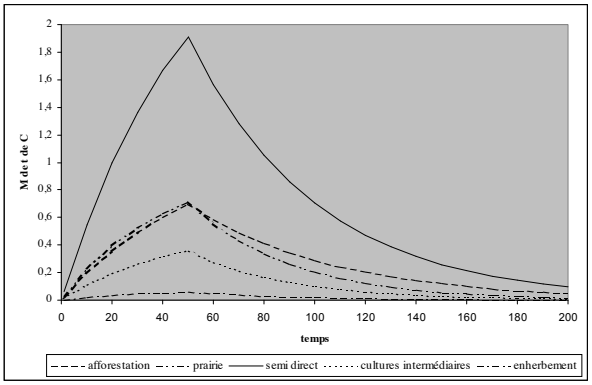
Stockage additionnel (50 ans) Flux annuel d'émissions stockées (50 ans)

Figure 13

La figure 14 présente la désagrégation de ces deux évolutions par pratique et usage.



Stockage additionnel par pratique (50 ans)



Flux additionnel par pratique (50 ans)

Figure 14

Le tableau 5 reprend les valeurs que cet exercice de quantification nous conduit à donner aux paramètres et variables du processus de stockage/déstockage dans notre modèle.

Table 5: Caractéristiques des processus de stockage-déstockage

B (Mha)	cs_n (tC)	$cs^!$ (tC)	s	$s^\#$	$\bar{a}$ $_{(20\text{ans})}$	$\bar{a}$ $_{(50\text{ans})}$
$19,65$	$38,73$	$53,52$	$0,0203$	$0,037$	$0,9825$	$0,393$

4.2 Le coût associé au changement de pratique

Le coût associé à un changement de pratique sur une surface A est la perte de profit consentie par les agriculteurs dans le passage des pratiques normales aux pratiques séquestrantes[4].

Sur la base des données du RICA[5], le tableau 6 donne la valeur ajoutée nette moyenne des exploitations (cultures) en euros constants de 2002 et le nombre d'hectares moyen de ces exploitations de 1990 à 2002. On obtient ainsi sur l'ensemble de cette période une valeur ajoutée nette moyenne de 522,6 euros de 2002 par hectare.

Nous effectuons nos simulations pour différentes valeurs de ξ, le paramètre de la fonction de coût. Pour chaque simulation nous calculons le coût moyen à la solution optimale, et le comparons à la valeur ajoutée à l'hectare déterminée ci-dessus, afin de traduire l'hypothèse faite sur la valeur de ξ en une hypothèse plus intuitive portant sur la perte de valeur ajoutée entraînée par le passage aux nouvelles pratiques.

[4] Nous remercions Stéphane De Cara pour ses précieuses indications.

[5] Réseau d'Information Comptable Agricole, voir http://europa.eu.int/comm/agriculture/rica.

Table 6: Valeur ajoutée et surface des exploitations (cultures)

	1990	1991	1992	1993	1994	1995	1996
valeur ajoutée nette	35678	36511	28760	40410	49984	52407	55916
surface (hectares)	68,3	70,4	74,8	79,5	85,9	88,2	91,9
VA/ha	522,4	518,7	384,5	508,3	581,9	594,2	608,4

	1997	1998	1999	2000	2001	2002
valeur ajoutée nette	52799	53187	49333	49625	45281	46757
surface (hectares)	92,3	94,9	97,1	98,8	96,9	100,5
VA/ha	572	560,5	508,1	502,3	467,3	465,2

4.3 Le bénéfice associé aux émissions

Pour calibrer la fonction de bénéfice, $B(E(t))$, nous utilisons le compte de référence du modèle d'équilibre général calculable dynamique[6] GEMINI-E3. Ce modèle a un double avantage pour notre propos : il est initialement construit pour étudier les effets économiques des politiques énergétiques et environnementales (à ce titre, il fournit une description assez fine des émissions de CO_2) ; comme tout MEGC, il peut également évaluer l'impact en terme de bien-être de ces politiques.

A partir des données du compte de référence et des paramètres des fonctions de demande fournies par l'équipe de GEMINI-E3, nous pouvons calculer le surplus économique total pour les différentes périodes de simulation du modèle (de 1990 à 2020). On obtient ansi une relation entre le bénéfice économique (surplus du consommateur) et le niveau des émissions. Nous estimons cette relation en prenant la forme fonctionnelle du modèle (équation (7)). Les valeurs estimées de ϕ_1 et ϕ_2 sont les suivantes (pour E exprimé en MtC et $B(E)$ en millions d'euros) :

ϕ_1	ϕ_2
65861,06	0,004511

4.4 Le dommage marginal

Il s'agit de chiffrer le paramètre ψ, dommage marginal pour la France consécutif à une augmentation du stock brut de carbone dans l'atmosphère, que nous avons supposé constant. Devant la grande incertitude qui caractérise les résultats de la littérature sur les dommages du changement climatique (voir par exemple les travaux de Nordhaus avec les modèles RICE et DICE[7] et Tol [2002]), nous avons choisi de calibrer le paramètre ψ de sorte que les émissions optimales calculées par le modèle soient égales à un niveau donné d'émissions totales. Cette méthode nous

[6] General Equilibrium Model of International National Interaction for Economy, Energy and Environment.

Le lecteur intéressé peut trouver un grand nombre de documents concernant ce modèle, et en particulier la description de ce compte de référence, sur le site http://ecolu-info.unige.ch/~nccrwp4/GEMINI-E3

[7] Les modèles et les résultats des simulations sont disponibles sur le site http://www.econ.yale.edu/~nordhaus/homepage/dicemodels.htm

permet d'ancrer ce jeu de simulation, non pas en rapport à une valeur du dommage marginal sujette à caution, mais plus simplement en relation avec des objectifs affichés dans le débat social. Nous retenons deux valeurs cibles. La première s'appuie sur une vision post-Kyoto que nombre de spécialistes appellent "Kyoto for ever". Cette vision du futur suppose qu'il sera difficile, pour ne pas dire impossible, de trouver dans les décennies qui viennent un accord international allant au-delà des objectifs fixés par le protocole de Kyoto. Ce premier scénario nous permet de calculer la valeur de ψ à partir de la formule suivante, en prenant pour $E^!$ la valeur des émissions de la France en 1990 :

$$\psi = (r+\delta)B^{\#}(E^!) = \frac{\phi_1(r+\delta)}{E^{!\,1\,"\,\phi_2}}$$

Nous obtenons ainsi une valeur du dommage marginal de 62,864 M euros 2002 pour une valeur de $r+\delta$ de $0,10$.

Le nouveau cap fixé à long terme par les autorités françaises est une diminution par un facteur 4 des émissions d'ici 2050. Le rapport Radanne [2004] remis à la Mission Interministérielle de l'Effet de Serre fixe les enjeux et ébauche les moyens pour parvenir à un tel résultat. Il se traduit par un niveau d'émissions par habitant de 0,5 tC en 2050, ce qui correspond à un flux total de 32 M de tC selon les dernières projections démographiques officielles. Pour cette faible valeur de $E^!$, la valeur de ψ est naturellement beaucoup plus élevée : 209,06 M euros 2002.

4.5 Les résultats numériques

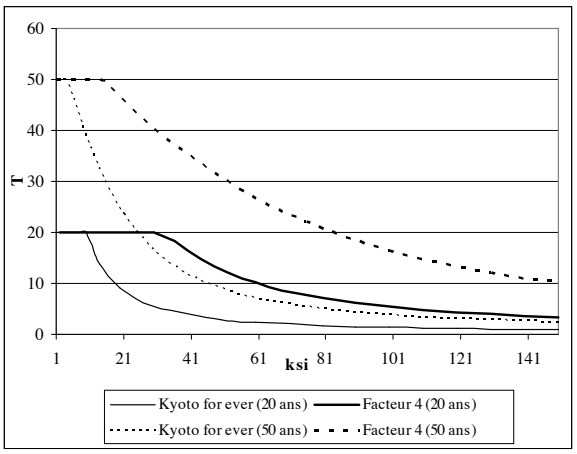
Nous avons indiqué qu'en l'absence d'information pertinente sur la fonction de coût de la séquestration pour les exploitants agricoles, nous effectuons les simulations numériques en faisant varier le paramètre ξ de la fonction $C(A)$ pour les différents couples $(\bar{a}, \psi)$.

Un résultat principal ressort de nos simulations : quel que soit le scénario retenu la politique optimale est toujours de même nature, les terres qui passent à une pratique séquestrante doivent le rester indéfiniment. Avec le jeu de paramètre issu de notre calibration sur données françaises il n'est jamais optimal de déséquester ($0 < T < T^{\#}$ et $T" = T^{\#}$).

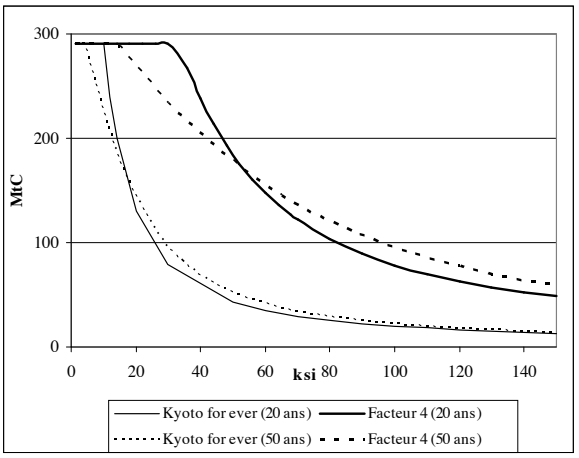
Dans la figure 15.a est représentée la date optimale d'arrêt de la séquestration suivant les quatre scénarios possibles, fonction de la valeur de $\bar{a}$ (basculement en 20 ans ou en 50 ans) et de l'objectif environnemental (*Kyoto for ever* et *Facteur 4*) utilisé pour calibrer le dommage marginal. Pour des valeurs du paramètre de la fonction de coût ξ relativement faibles, l'ensemble des surfaces agricoles doivent adopter des pratiques séquestrantes, quel que soit le scénario. Au fur et à mesure que ξ augmente, la date optimale d'arrêt de la séquestration diminue, ce qui se traduit par un stock additionnel de long terme[8] également plus faible (figure 15.b). Il est à noter que la valeur de ξ à partir de laquelle il n'est plus optimal de faire adopter des pratiques séquestrantes sur l'ensemble des terres est toujours plus faible pour $\bar{a} = 50$ comparativement à $\bar{a} = 20$, ce qui implique pour des valeurs de ξ proches de ce seuil (mais supérieurs) un stock additionnel de long terme moins important avec $\bar{a} = 50$. Par contre, pour des valeurs

[8] Le stock additionnel de long terme est égal à $\bar{a}T(cs^{\#}\ !\ cs_n)$.

de ξ relativement plus élevées, la relation s'inverse, le stock additionnel à long terme est plus important avec $\bar{a} = 50$.



(a) Valeur optimale de T

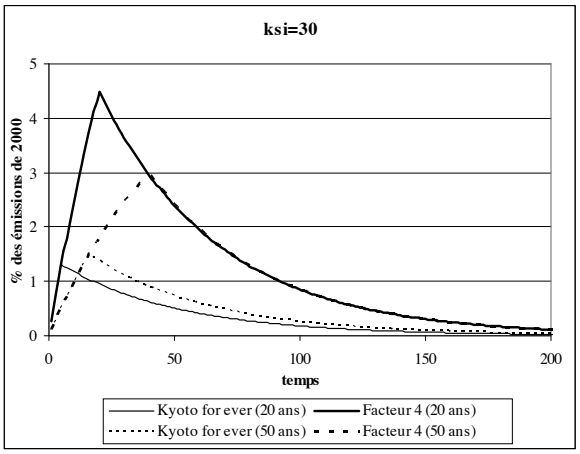


(b) Stockage additionnel à long terme

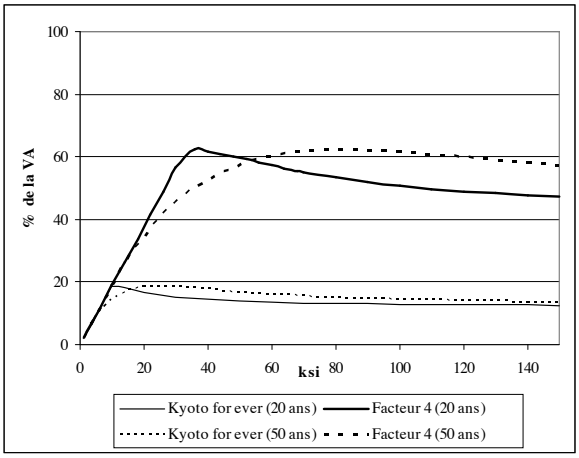
Figure 15 : La politique optimale

Comme on pouvait s'y attendre, le scénario *Facteur 4* est le plus propice à un effort élevé de stockage additionnel de carbone dans les sols agricoles français (figures 15.a et 15.b). En effet, dans ce scénario le niveau d'émissions est très faible ce qui se traduit, avec notre méthode de calibrage, par un dommage marginal élevé. L'incitation à séquestrer du carbone est donc forte. L'effort de séquestration optimal (mesuré par le stock additionnel de long terme) avec l'objectif *Facteur 4* est en moyenne 4 fois plus élevé que celui obtenu avec l'objectif *Kyoto for ever*, pour des valeurs élevés de ξ (*cf.* figure 15.b). Dans cette configuration, ce terme facteur 4 s'applique donc également à l'effort de séquestration. Cependant, si les coûts de la séquestration sont très faibles, l'effort de séquestration est relativement invariant par rapport au scénario.

La figure 16.b représente le coût moyen correspondant au niveau optimal de séquestration en pourcentage de la valeur ajoutée nette moyenne par hectare. On constate que ce coût moyen atteint des niveaux que l'on peut considérer comme réalistes sur l'ensemble de la plage de valeurs de ξ.



(a) Flux annuel d'émissions séquestrées



(b) Coût moyen

Figure 16 : La politique optimale (suite)

Afin de situer nos résultats dans le cadre des préoccupations actuelles de la politique de lutte contre le réchauffement climatique nous avons représenté dans la figure 16.a l'évolution du flux annuel des émissions séquestrées en pourcentage des émissions totales de la France de 2000 pour une valeur donnée de ξ ($\xi = 30$). Ce choix de ξ est arbitraire. Cette valeur a simplement l'avantage de donner des résultats assez contrastés pour la valeur optimale de T suivant le scénario retenu. Pour cette valeur de ξ, il est optimal de faire basculer l'ensemble des terres agricoles françaises dans le scénario *Facteur 4* avec $\bar{a} = 20$, ce qui correspond au stockage additionnel maximal à long terme avec plus de 290 MtC, et un pic dans la séquestration annuelle (4,5% des émissions de 2000, *cf.* figure 16.a) vingt ans après le début de l'application de la politique. Si les contraintes pour faire basculer les terres vers des pratiques séquestrantes sont plus importantes ($\bar{a} = 50$), seul 4/5 des terres doivent faire l'objet d'un changement de pratiques. Ce qui conduit à un stock additionnel de près de 235 MtC et un pic annuel la quarantième année d'un peu moins de 3% des émissions de 2000. Dans les deux cas, le scénario *Kyoto for ever* aboutit à un effort optimal moindre, avec une date d'arrêt optimal du basculement des terres d'environ 16 ans pour $\bar{a} = 50$, ce qui correspond à un stock additionnel de long terme de 95,7MtC et un flux maximal de 1,5% des émissions de 2000 à la date d'arrêt optimale. Ces trois valeurs pour $\bar{a} = 20$ sont respectivement : 5 ans, 78,6Mtc et 1,3% des émissions de 2000.

Ces données mettent clairement en évidence qu'à relativement court terme la réduction annuelle des émissions que l'on peut attendre d'une politique de séquestration du carbone dans les sols agricoles est limitée en comparaison des objectifs officiels annoncés ou imposés par le protocole de Kyoto. Sa contribution est non négligeable mais elle ne peut en aucune manière être suffisante pour réduire de manière substancielle les émissions annuelles. De plus la figure 16.a est sans ambiguité quant au caractère temporaire de la réduction du flux annuel d'émissions.

La politique de séquestration du carbone dans les sols agricoles ne peut pas être utilisée pour s'assurer d'une réduction pérenne des flux annuels d'émissions.

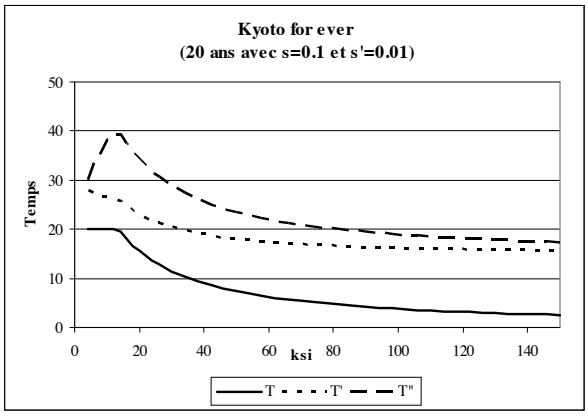


Figure 17 : Exemple de solutions intérieures

La figure 17 présente enfin un exemple de paramètrage du modèle qui conduit à une solution optimale intérieure. Cet exercice n'a d'autre vocation que de montrer la possibilité d'apparition de ce type de solution. Seules les valeurs de s et $s^{\#}$ ont été modofiées dans le scénario *Kyoto for ever* et $\bar{a}$ =20 ans, avec $s = 0.1$ et $s^{\#} = 0.01$. Le fait que la solution intérieure soit optimale dans cette configuration où la dissymétrie dans le processus de stockage/déstockage est inversée peut s'expliquer intuitivement. En effet, le déstockage étant très lent, la déséquestration entraine un bénéfice immédiat (disparition du coût associé à la séquestration) alors que le dommage n'apparaîtra que très progressivement. Le paramètre $s^{\#}$ joue comme un taux d'escompte qui porte sur le dommage. Les données physiques du processus de séquestration / déséquestration ($s^{\#} > s$) éliminent cependant ce type de solution.

5 Un instrument de politique économique : le Plan d'Epargne Carbone (PEC)

Feng, Zhao et Kling [2002] ont développé trois types d'instruments économiques assurant la décentralisation de la trajectoire optimale de séquestration du carbone dans les sols agricoles. Ils se placent, pour chacun de ces instruments, dans le cas où existe un marché de crédits d'émissions négociables efficace.

Dans le système "pay as you go", les agriculteurs reçoivent des crédits d'émission quand ils séquestrent du carbone, et doivent en acheter quand ils déséquestrent. Dans le système de "contrats à longueurs variables", un agent tiers passe avec les différents agriculteurs des contrats de séquestration de différentes longueurs à différents prix, de sorte que son portefeuille de contrats lui permette d'assurer une séquestration permanente. Dans le système de "comptes d'annuités de carbone" enfin, les crédits que reçoit l'agriculteur ne lui sont pas directement versés

mais sont placés sur un compte dont il ne touche que les intérêts, de sorte que s'il y a déstockage la somme soit disponible pour l'achat par l'agriculteur des permis d'émission correspondants. Feng, Zhao et Kling [2002] indiquent que ce dernier instrument est celui dont les modalités pratiques sont les plus simples. Nous nous inspirons ici de cette idée de compte d'annuités, qui nous semble effectivement la plus susceptible d'application. Néanmoins, il faut garder à l'esprit que Feng, Zhao et Kling [2002] supposent qu'une surface qui fait l'objet d'une nouvelle pratique séquestre immédiatement l'ensemble de son potentiel (normalisé à 1). Dans ces conditions, $a(t)$ représente indifféremment le flux de surfaces qui basculent à la nouvelle pratique et le flux d'émissions séquestrées à la période t. Dans notre modèle qui prend en compte le processus temporel de la séquestration, le fonctionnement des instruments proposés par ces auteurs n'est plus aussi simple. Nous montrons, dans un premier temps, que le compte d'annuités couplé au marché des quotas négociables, séduisant de par sa simplicité dans le modèle de Feng, Zhao et Kling [2002], devient un instrument relativement complexe ici, bien qu'il assure toujours la décentralisation de la trajectoire optimale. Nous proposons alors un développement de cette idée qui ne nécessite pas un couplage avec un marché de quotas d'émissions négociables : le Plan d'Epargne Carbone. La détermination de la valeur monétaire des flux sur le compte ne dépend plus du prix d'équilibre sur le marché des quotas négociables.

5.1 Compte d'annuités couplé au marché de quotas négociables

À l'instar de Feng, Zhao et Kling [2002], supposons l'existence d'un système de permis d'émissions négociables efficace, c'est-à-dire que le prix d'équilibre sur le marché des quotas ($P(t)$) est égal au bénéfice marginal des émissions, soit avec les notations du programme optimal : $P(t) = e^{-rt}B^{\#}(E(t)) = \lambda_{1+}(t)$.

L'alimentation physique du compte est faite par les exploitants agricoles : ils déclarent à chaque période la surface de terres cultivées qui passe d'un usage normal à un usage permettant la séquestration (crédit physique $a(t)$) et les surfaces qui font l'objet d'un changement d'usage inverse (retrait physique $b(t)$). La décision de la part de l'exploitant d'arrêter d'alimenter physiquement son plan est irréversible : par la suite, il lui est interdit d'effectuer de nouveaux crédits, seuls des retraits sont éventuellement autorisés. L'adhésion au compte le contraint également à toujours choisir le dernier hectare qui avait alimenté son compte lorsqu'il souhaite effectuer le retrait d'un hectare.

Si l'on souhaite coupler cet instrument avec le marché de quotas négociables il faut que cette alimentation physique en surface soit transformée en une accumulation effective de carbone dans les sols agricoles, puis éventuellement en un déstockage si des retraits sont effectués. Dans le cadre de nos hypothèses, le flux de carbone séquestré pour un hectare de terre qui change de pratique à la période z s'écrit (*cf.* équation (1)) :

$$\dot{cs}(t,z) = s(cs^{!} - cs_n)e^{-s(t-z)} \qquad \&t \geq z$$

Si cet hectare revient à un usage normal à une période ς, le flux de carbone rejeté par cet hectare

s'écrit (équation (2)) :

$$c\dot{s}(t,\varsigma,z) = \; ! \; s^{\#}(cs^{!} \; ! \; cs_n)(1 \; ! \; e^{" s(\varsigma " z)})e^{" s^{!}(t " \varsigma)} \qquad t \; \$ \; \varsigma \; \$ \; z$$

Ce sont ces flux de carbone séquestrés et rejetés dans l'atmosphère qui sont monétisés sous forme de crédit carbone : une unité de carbone séquestré à la période t donne lieu au versement par le régulateur d'une somme égale à $P(t)$ sur le compte de l'exploitant, une unité de carbone rejetée dans l'atmosphère à la période t entraîne un prélèvement sur le compte de $P(t)$ par le régulateur.

L'exploitant perçoit le rendement du capital placé sur son compte. Le taux de rendement est constant et égal à r, qui correspond au taux d'escompte social du programme du régulateur. La seule variable de contrôle de l'exploitant est le mode d'exploitation de ses surfaces agricoles à chaque période, connaissant les règles et la dynamique du capital placé sur son compte. Il nous faut donc caractériser précisément le montant monétaire du compte.

Soit $T^{\#}$ la période à partir de laquelle l'exploitant choisit de ne plus alimenter son compte. On peut alors déterminer le montant du capital ($M(t)$) sur celui-ci à chaque période :

$$\begin{aligned} \dot{M}(t) &= P(t)C\dot{S}(t) = P(t) \; ! \; {}_{o}^{t} a(z)s(cs^{!} \; ! \; cs_n)e^{" s(t " z)}dz \qquad \&t \; \% \; T^{\#} \\ , \quad M(t) &= \; ! \; {}_{0}^{t} P(k) \; / \; ! \; {}_{o}^{k} a(z)s(cs^{!} \; ! \; cs_n)e^{" s(k " z)}dz \; 0 \; dk \qquad \&t \; \% \; T^{\#} \end{aligned}$$

et

$$\begin{aligned} \dot{M}(t) &= P(t)C\dot{S}(t) = P(t)(cs^{!} \; ! \; cs_n) \; \$ \; {}_{o}^{T^{!}} a(z)se^{" s(t " z)} \; \# \; \% \; dz \\ &! \; {}_{T^{!}}^{t} b(z) \; se^{" s(t " \chi(z))} + s^{\#}e^{" s^{!}(t " z)}(1 \; ! \; e^{" s(z " \chi(z)} \; dz \qquad \&t > T^{\#} \\ , \quad M(t) &= M(T^{\#}) + (cs^{!} \; ! \; cs_n) \; {}_{T^{!}}^{t} P(k) \; \$ \; {}_{o}^{T^{!}} a(z)se^{" s(k " z)} \; \# \; \% \; dz \\ &! \; {}_{T^{!}}^{k} b(z) \; se^{" s(k " \chi(z))} + s^{\#}e^{" s^{!}(k " z)}(1 \; ! \; e^{" s(z " \chi(z)} \; dz \; dk \qquad \&t > T^{\#} \\ \text{avec} \; & {}_{\chi(z)}^{T^{!}} a(\tau)d\tau = {}_{\chi(z)}^{z} b(\tau)d\tau \end{aligned}$$

C'est cette loi d'évolution que l'exploitant agricole doit prendre en compte dans son programme de maximisation du bénéfice net correspondant à ses annuités moins les coûts liés à la séquestration. Il est inutile de développer plus loin ce programme en raison de sa complexité : nous souhaitons privilégier les instruments économiques relativement simples à mettre en œuvre. Néanmoins, la résolution d'un tel programme montre que pour décentraliser la solution optimale il faut que le vecteur des valeurs de $P(t)$ soit égal au vecteur des valeurs de $! \, \lambda_{1+}(t)$, le prix d'équilibre du marché de quotas négociables.

Nous proposons un instrument plus simple qui s'inspire de cette idée sans chercher à le coupler à un marché de quotas négociables : le Plan d'Epargne Carbone.

5.2 Le fonctionnement du Plan d'Epargne Carbone

Nous conservons les mêmes hypothèses, sauf que la monétisation ne se fait plus en référence aux émissions effectivement séquestrées au cours du temps, mais porte directement sur le volume des

surfaces placées sur le compte, pondérées par leur potentiel total de stockage. Chaque nouvel hectare sur lequel l'exploitant adopte une pratique séquestrante entraîne une alimentation du PEC d'un montant égal à $P - (cs^{!} - cs_n)$. Le programme de l'exploitant consiste, comme dans le compte d'annuités, à maximiser le rendement de son Plan d'Epargne Carbone moins les coûts liés à la séquestration. La fonction de bénéfice net que cherche à maximiser l'exploitant est donc :

$$V = \int_0^{\infty} e^{-rt} \left[rM(t) - C(A(t)) \right] dt$$

Le programme s'écrit :

$$\begin{cases} \max\limits_{a(t),b(t)} \int_0^{\infty} e^{-rt} \left[rM(t) - C(A(t)) \right] dt \\ \dot{M}(t) = (a(t) - b(t))P(t)(cs^{!} - cs_n) \\ \dot{A}(t) = a(t) - b(t) \\ 0 \leq M(t),\ 0 \leq A(t) \leq B,\ 0 \leq a(t) \leq \overline{a} \ \text{ et } 0 \leq b(t) \leq \overline{a} \ \ \forall t \\ \text{et } A(0) = M(0) = 0 \text{ donnés} \end{cases}$$

On note λ la variable adjointe associée à A et η celle associée à M.

Les variables de contrôle $a(t)$ et $b(t)$ interviennent de manière linéaire dans le hamiltonien de ce problème. Nous sommes en présence d'un problème de bang-bang. Le coefficient associé à $a(t)$ est :

$$\alpha(t) = \lambda(t) + (cs^{!} - cs_n)\eta(t)P(t)$$

tandis que celui associé à $b(t)$ est l'opposé. Quand le coefficient $\alpha(t)$ est positif, on a $a(t) = \overline{a}$ et $b(t) = 0$; quand il est négatif, on a au contraire $a(t) = 0$ et $b(t) = \overline{a}$. La valeur de $P(t)$ sera choisie par le régulateur de manière à ce que l'exploitant séquestre dans un premier temps, jusqu'à une date T, puis éventuellement déséquestre.

Les conditions nécessaires du premier ordre sont :

$$\dot{\lambda}(t) = e^{-rt} C^{\#}(A(t))$$

$$\dot{\eta}(t) = -re^{-rt}$$

La solution de cette dernière équation différentielle est $\eta(t) = e^{-rt} - 1 + \eta(0)$.

Enfin, les conditions de transversalité s'écrivent :

$$\lim_{t \to \infty} \lambda(t)A(t) = \lim_{t \to \infty} \eta(t)M(t) = 0$$

Concernant cette dernière condition, il est immédiat que pour être validée, sachant que $M(t)$ à long terme est constant (il peut être nul, mais pas nécessairement), $\eta(t)$ doit être égal à 0. Ce qui implique $\eta(0) = 1$ puisque $\lim_{t \to \infty} \eta(t) = \eta(0) - 1$. On en déduit $\eta(t) = e^{-rt}$ ce qui permet ce réécrire plus simplement $\alpha(t)$

$$\alpha(t) = \lambda(t) + (cs^{!} - cs_n)e^{-rt}P(t)$$

5.3 La décentralisation de l'optimum

Afin d'implémenter l'optimum le régulateur doit fixer la valeur de $P(t)$ au niveau

$$P(t) = se^{rt} \int_t^{T^!} \nu''(z)e^{-s(z-t)}dz \quad \forall t \in [0,T]$$

avant $T^\#$, et au niveau

$$P(t) = e^{rt} \int_t^{\infty} \nu_+(z)\frac{\partial f(z,t,\chi(t))}{\partial z}dz \quad \forall t \in]T,+\infty[$$

après $T^\#$.

Plaçons nous dans la configuration décrite dans l'exercice de calibration précédent, à savoir une politique optimale qui consiste à ne jamais déséquestrer. La première de ces conditions s'applique avant T et peut se réécrire, sachant qu'à l'optimum avant T on a $\nu''(t) = e^{-rt}\frac{\psi}{r+\delta}$:

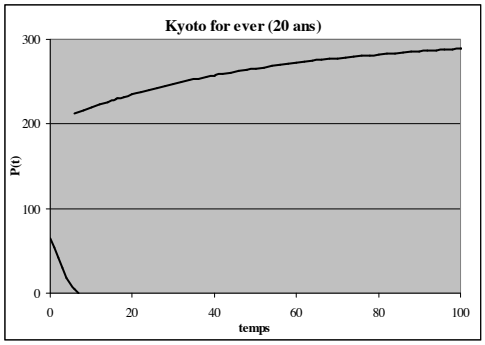
$$P(t) = \frac{\psi}{r+\delta}(1 - e^{-s(T-t)}) \quad \forall t \in [0,T]$$

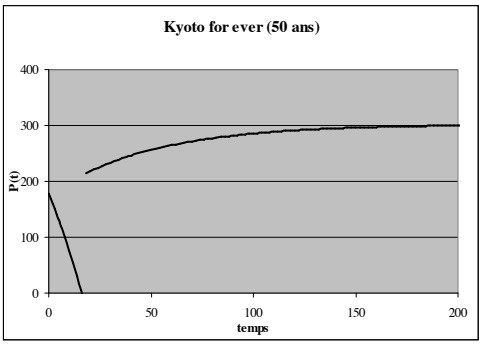
et la seconde, qui s'applique après T :

$$P(t) = \frac{\psi r}{(r+\delta)(r+s^\#)}\left(\frac{s^\#}{r} - \frac{s^\# - s}{r+s}e^{-s(t-T)}\right) \quad \forall t \in]T,+\infty[$$

On vérifie que $P(T^-) = 0$ et $P(T_+) = \frac{\psi r}{(r+\delta)(r+s^!)}(\frac{s^!}{r} - \frac{s^!-s}{r+s})$. La valeur de $P(t)$ saute donc en T, date où l'exploitant arrête de séquestrer. Juste avant T, l'exploitant n'est par définition plus incité à séquestrer. Juste après, il faut l'inciter à ne pas déséquestrer, ce qui est obtenu par une valeur élevée de P, qui représente maintenant non plus une prime alimentant le PEC mais une pénalité réduisant son principal. Puis $P(t)$ augmente au cours du temps pour tendre asymptotiquement vers la valeur $\lim_{t\to\infty} P(t) = \frac{\psi s^!}{(r+\delta)(r+s^!)}$.

Nous avons représenté sur la figure 18 la valeur de $P(t)$ pour les quatre scénarios et la valeur de $\xi = 30$ déjà retenue pour présenter les flux annuels optimaux de carbone séquestré.





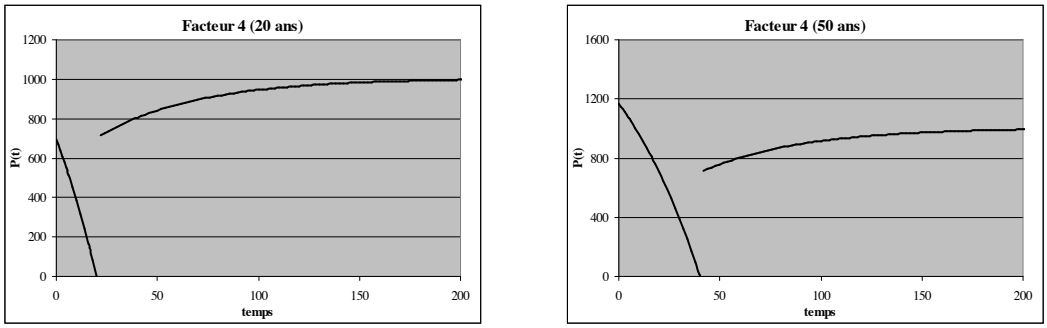


Figure 18 : La valeur optimale de $P(t)$

Cet instrument est, vu du côté de l'exploitant, relativement simple. Le régulateur lui fournit l'évolution de $P(t)$ et les règles du contrat : la décision d'arrêter d'alimenter physiquement le PEC est irréversible, l'exploitant ne pourra pas recommencer à séquester ultérieurement. Du point de vue du régulateur, l'instrument possède les défauts usuels : il nécessite une information parfaite sur les actions des exploitants et les caractéristiques du processus de séquestration / déséquestration. En réalité, le régulateur n'est pas contraint d'alimenter monétairement le PEC, il s'engage uniquement à verser le rendement du Plan aux agriculteurs concernés. Afin d'avoir un ordre de grandeur de l'effort financier que cela peut représenter pour les autorités publiques françaises, nous avons calculé le rendement du PEC à l'hectare en pourcentage de la VA de 2000. Nous avons représenté ce rendement à l'hectare en fonction de la quantité de terres ayant adopté des pratiques séquestrantes dans la figure 19.

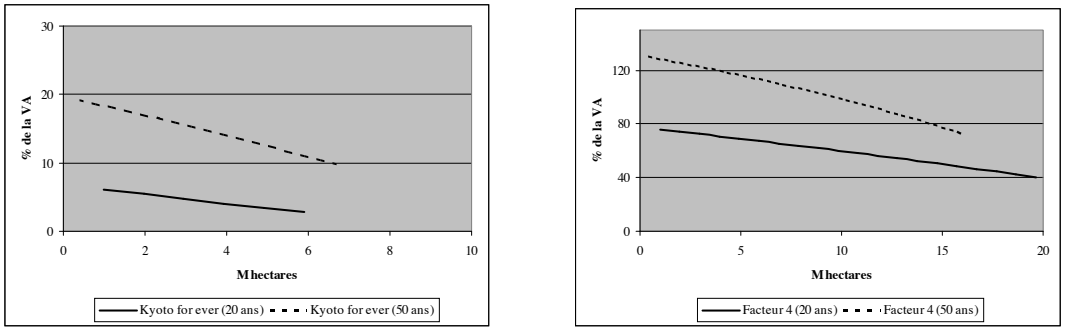


Figure 19 : le coût de la séquestration pour le régulateur

Naturellement, les scénarios *Kyoto for ever* impliquant un effort optimal de stockage relativement modéré, le rendement du PEC pour les agriculteurs, donc le coût pour le régulateur, peut également être considéré comme relativement modéré. Lorsque la politique a atteint son niveau optimal maximal, une surface ayant basculé d'un peu moins de 5 M hectares pour $\bar{a} = 20$ et d'un peu plus de 6,2 M hectares pour $\bar{a} = 50$, le rendement du PEC pour chaque hectare est respectivement d'environ 3,37% de la VA de 2000 (soit environ 17,6€) et 10,35% (soit un

peu plus de 54€). Les ordres de grandeur sont différents pour les scénarios *Facteur 4* : l'effort optimal étant beaucoup plus important, l'incitation financière l'est également. Elle dépasse les 42% (environ 221€) au niveau optimal maximal de stockage avec $\bar{a} = 20$ et se situe un peu en dessous des 80% (avec précisément 386€) pour $\bar{a} = 50$.

Références

FENG. H, ZHAO J. and C. KLING. [2002], "The Time Path and Implementation of Carbon Sequestration", *American Journal of Agricultural Economics*, vol 84, pp. 134-149.

GIEC [2000], *Land use, Land-use change and forestry (LULUCF)*, Cambridge University Press, U.K.

HÉNIN, S.et M. DUPUIT. [1945], "Essai de bilan de la matière organique du sol", *Annales Agronomiques*, n&15, 147–157.

INRA [2002], *Stocker du carbone dans les sols agricoles de France* ?, rapport d'expertise, octobre.

KAMIEN, M.I. and E. MULLER. [1976], "Optimal Control with Integral State Equations", *The Review of Economic Studies*, 43(3), 469–473.

RADANNE, P. [2004], *La division par 4 des émissions de dioxyde de carbone en France d'ici 2050. Introduction au débat.*, Rapport pour la Mission Interministérielle de l'Effte de Serre, Paris.

SAGLAM, H.C. [2002], "Optimal pattern of technology adoption under embodiement with a finite planning horizon: A multi-stage optimal control approach", Miméo, IRES, Université Catholique de Louvain.

TOL, R.S.J. [2002], "New Estimates of the Damage Cost of Climate Change, Part II: Dynamic Estimates", *Environmental and Resource Economics*, 21(2), 135–160.

TOMIYAMA, K. [1985], "Two-Stage Optimal Control Problems and Optimality Conditions", *Journal of Economic Dynamics and Control*, 9, 317–337.

TOMIYAMA, K. and R. ROSSANA [1989], "Two-Stage Optimal Control Problems with an Explicit Switch Point Dependence: Optimality Criteria and an Example of Delivery Lags and Investment", *Journal of Economic Dynamics and Control*, 13, 319–337.

A Annexe : le problème de contrôle optimal à deux phases et contraintes intégrales

A.1 Problème avant $T^{\#}$

$$
\begin{aligned}
\max V_{\mathrm{u}} &= \int_0^{T^{\#}} F_{\mathrm{u}}(C(t), K(t), Z(t), t)dt + V_+^{\#}(K(T^{\#}), Z(T^{\#}), T^{\#}) \\
\dot{K}(t) &= f_{\mathrm{u}}(C(t), K(t), Z(t), t), \qquad 0 \leq t < T^{\#} \\
Z(t) &= Z(0) + \int_0^t g_{\mathrm{u}}(C(z), t, z)dz, \qquad 0 \leq t < T^{\#} \\
K(0) &= K_0 \text{ et } Z(0) = Z_0 \text{ donnés, } K(T^{\#}) \text{ et } Z(T^{\#}) \text{ libres}
\end{aligned}
$$

Le lagrangien de ce problème est :

$$
\begin{aligned}
\Lambda_{\mathrm{u}} &= V_{\mathrm{u}} + \int_0^{T^{\#}} \lambda_{\mathrm{u}}(t) \left(f_{\mathrm{u}}(C(t), K(t), Z(t), t) - \dot{K}(t) \right) dt \\
&\quad + \int_0^{T^{\#}} \mu_{\mathrm{u}}(t) \left(\int_0^t g_{\mathrm{u}}(C(z), t, z)dz + Z(0) - Z(t) \right) dt
\end{aligned}
$$

ou encore, en intégrant par parties le terme en $\dot{K}$ dans la première intégrale et en faisant un changement dans l'ordre d'intégration dans la deuxième :

$$
\begin{aligned}
\Lambda_{\mathrm{u}} &= \int_0^{T^{\#}} F_{\mathrm{u}}(C(t), K(t), Z(t), t)dt \\
&\quad + \int_0^{T^{\#}} \lambda_{\mathrm{u}}(t) f_{\mathrm{u}}(C(t), K(t), Z(t), t)dt - \left(\lambda_{\mathrm{u}}(T^{\#})K(T^{\#}) - \lambda_{\mathrm{u}}(0)K(0) \right) + \int_0^{T^{\#}} \dot{\lambda}_{\mathrm{u}}(t)K(t)dt \\
&\quad + \int_0^{T^{\#}} \left(\int_t^{T^{\#}} \mu_{\mathrm{u}}(z) g_{\mathrm{u}}(C(t), z, t)dz \right) dt + \int_0^{T^{\#}} \mu_{\mathrm{u}}(t) \left(Z(0) - Z(t) \right) dt \\
&\quad + V_+^{\#}(K(T^{\#}), Z(T^{\#}), T^{\#})
\end{aligned}
$$

Définition du hamiltonien (Kamien et Muller [1976]) :

$$
\begin{aligned}
\mathcal{H}_{\mathrm{u}}(C(t), K(t), Z(t), t, T^{\#}) &= F_{\mathrm{u}}(C(t), K(t), Z(t), t) + \lambda_{\mathrm{u}}(t) f_{\mathrm{u}}(C(t), K(t), Z(t), t) \\
&\quad + \int_t^{T^{\#}} \mu_{\mathrm{u}}(z) g_{\mathrm{u}}(C(t), z, t)dz
\end{aligned}
$$

Alors :

$$
\begin{aligned}
\Lambda_{\mathrm{u}} &= \int_0^{T^{\#}} \left(\mathcal{H}_{\mathrm{u}} + \dot{\lambda}_{\mathrm{u}}(t)K(t) + \mu_{\mathrm{u}}(t) \left(Z(0) - Z(t) \right) \right) dt - \left(\lambda_{\mathrm{u}}(T^{\#})K(T^{\#}) - \lambda_{\mathrm{u}}(0)K(0) \right) \\
&\quad + V_+^{\#}(K(T^{\#}), Z(T^{\#}), T^{\#})
\end{aligned}
$$

Par analogie avec le cas standard d'une équation d'accumulation sous forme différentielle (stock K, prix implicite λ_{u}), on définit le prix implicite du stock Z par

$$
\dot{\nu}_{\mathrm{u}}(t) = -\mu_{\mathrm{u}}(t)
$$

dont on déduit :

$$\nu^{\#}(t) - \nu^{\#}(T^{\#}) = \int_t^{T^!} \mu^{\#}(z)dz$$

On peut alors écrire :

$$\begin{aligned}
\Lambda^{\#} &= \int_0^{T^!} \left({}^{\#} + \dot{\lambda}^{\#}(t)K(t) + \dot{\nu}^{\#}(t)Z(t) \right) dt - \left(\int_0^{T^!} \dot{\nu}^{\#}(t)dt \right) Z(0) - \left(\lambda^{\#}(T^{\#})K(T^{\#}) - \lambda^{\#}(0)K(0) \right) \\
&\quad + V_+^!(K(T^{\#}), Z(T^{\#}), T^{\#}) \\
&= \int_0^{T^!} \left({}^{\#} + \dot{\lambda}^{\#}(t)K(t) + \dot{\nu}^{\#}(t)Z(t) \right) dt - \left(\nu^{\#}(T^{\#}) - \nu^{\#}(0) \right) Z(0) - \left(\lambda^{\#}(T^{\#})K(T^{\#}) - \lambda^{\#}(0)K(0) \right) \\
&\quad + V_+^!(K(T^{\#}), Z(T^{\#}), T^{\#}) \\
&= \int_0^{T^!} \left({}^{\#} + \dot{\lambda}^{\#}(t)K(t) + \dot{\nu}^{\#}(t)Z(t) \right) dt - \nu^{\#}(T^{\#}) \left(Z(0) - Z(T^{\#}) \right) \\
&\quad - \left(\nu^{\#}(T^{\#})Z(T^{\#}) - \nu^{\#}(0)Z(0) \right) - \left(\lambda^{\#}(T^{\#})K(T^{\#}) - \lambda^{\#}(0)K(0) \right) + V_+^!(K(T^{\#}), Z(T^{\#}), T^{\#}) \\
&= \int_0^{T^!} \left({}^{\#} + \dot{\lambda}^{\#}(t)K(t) + \dot{\nu}^{\#}(t)Z(t) \right) dt + \nu^{\#}(T^{\#}) \int_0^{T^!} g^{\#}(C(z), T^{\#}, z)dz \\
&\quad - \left(\nu^{\#}(T^{\#})Z(T^{\#}) - \nu^{\#}(0)Z(0) \right) - \left(\lambda^{\#}(T^{\#})K(T^{\#}) - \lambda^{\#}(0)K(0) \right) + V_+^!(K(T^{\#}), Z(T^{\#}), T^{\#}) \\
&= \int_0^{T^!} \left({}^{\#} + \nu^{\#}(T^{\#})g^{\#}(C(t), T^{\#}, t) + \dot{\lambda}^{\#}(t)K(t) + \dot{\nu}^{\#}(t)Z(t) \right) dt \\
&\quad - \left(\nu^{\#}(T^{\#})Z(T^{\#}) - \nu^{\#}(0)Z(0) \right) - \left(\lambda^{\#}(T^{\#})K(T^{\#}) - \lambda^{\#}(0)K(0) \right) + V_+^!(K(T^{\#}), Z(T^{\#}), T^{\#})
\end{aligned}$$

On définit un hamiltonien modifié, qui permet de retrouver exactement le cas standard quand $\frac{\partial g^{\#}(C(z),t,z)}{\partial t} = 0$:

$$\begin{aligned}
\mathcal{H}^{\#} &= {}^{\#} + \nu^{\#}(T^{\#})g^{\#}(C(t), T^{\#}, t) \\
&= F^{\#}(C(t), K(t), Z(t), t) + \lambda^{\#}(t)f^{\#}(C(t), K(t), Z(t), t) + \nu^{\#}(T^{\#})g^{\#}(C(t), T^{\#}, t) \\
&\quad - \int_t^{T^!} \dot{\nu}^{\#}(z)g^{\#}(C(t), z, t)dz \\
&= F^{\#}(C(t), K(t), Z(t), t) + \lambda^{\#}(t)f^{\#}(C(t), K(t), Z(t), t) + \nu^{\#}(T^{\#})g^{\#}(C(t), T^{\#}, t) \\
&\quad - \left(\nu^{\#}(T^{\#})g^{\#}(C(t), T^{\#}, t) - \nu^{\#}(t)g^{\#}(C(t), t, t) \right) + \int_t^{T^!} \nu^{\#}(z)\frac{\partial g^{\#}(C(t), z, t)}{\partial z}dz \\
&= F^{\#}(C(t), K(t), Z(t), t) + \lambda^{\#}(t)f^{\#}(C(t), K(t), Z(t), t) + \nu^{\#}(t)g^{\#}(C(t), t, t) \\
&\quad + \int_t^{T^!} \nu^{\#}(z)\frac{\partial g^{\#}(C(t), z, t)}{\partial z}dz
\end{aligned}$$

On peut alors écrire :

$$\begin{aligned}
\Lambda^{\#} &= \int_0^{T^!} \left({}^{\#} + \dot{\lambda}^{\#}(t)K(t) + \dot{\nu}^{\#}(t)Z(t) \right) dt \\
&\quad - \left(\lambda^{\#}(T^{\#})K(T^{\#}) - \lambda^{\#}(0)K(0) \right) - \left(\nu^{\#}(T^{\#})Z(T^{\#}) - \nu^{\#}(0)Z(0) \right) + V_+^!(K(T^{\#}), Z(T^{\#}), T^{\#})
\end{aligned}$$

Soit $(C^!(t), K^!(t), Z^!(t))$ un sentier optimal $\forall t \in [0, T^{\#}[$ et $T^{\#!} \in [0, +\infty[$. On effectue une perturbation autour de ce sentier : $C(t) = C^!(t) + \varepsilon\Delta C(t)$ etc., $T^{\#} = T^{\#!} + \varepsilon\Delta T^{\#}$, $K(T^{\#}) = K(T^{\#!}) + \varepsilon\Delta K(T^{\#})$ etc. (Saglam [2002]).

On a

$$
\begin{aligned}
\frac{\partial \Lambda^{\#}}{\partial \varepsilon} &= \Big(\mathcal{L}^{\#}(T^{!}) + \dot{\lambda}^{\#}(T^{\#})K(T^{\#}) + \dot{\nu}^{\#}(T^{\#})Z(T^{\#}) \Big)^{\#} \Delta T^{\#} \\
&+ \int_0^{T^{!}} \left(\frac{\partial \mathcal{L}^{\#}}{\partial C(t)} \Delta C(t) + \frac{\partial \mathcal{L}^{\#}}{\partial K(t)} \Delta K(t) + \frac{\partial \mathcal{L}^{\#}}{\partial Z(t)} \Delta Z(t) + \frac{\partial \mathcal{L}^{\#}}{\partial T^{\#}} \Delta T^{\#} \right) dt \\
&+ \int_0^{T^{!}} \dot{\lambda}^{\#}(t) \Delta K(t) dt + \int_0^{T^{!}} \dot{\nu}^{\#}(t) \Delta Z(t) dt \\
&- \lambda^{\#}(T^{\#}) \Delta K(T^{\#}) - \dot{\lambda}^{\#}(T^{\#}) K(T^{\#}) \Delta T^{\#} \\
&- \nu^{\#}(T^{\#}) \Delta Z(T^{\#}) - \dot{\nu}^{\#}(T^{\#}) Z(T^{\#}) \Delta T^{\#} \\
&+ \frac{\partial V_+^{!}}{\partial K(T^{\#})} \Delta K(T^{\#}) + \frac{\partial V_+^{!}}{\partial Z(T^{\#})} \Delta Z(T^{\#}) + \frac{\partial V_+^{!}}{\partial T^{\#}} \Delta T^{\#} \\
&= \left(\mathcal{L}^{\#}(T^{!}) + \int_0^{T^{!}} \frac{\partial \mathcal{L}^{\#}}{\partial T^{\#}} dt + \frac{\partial V_+^{!}}{\partial T^{\#}} \right) \Delta T^{\#} \\
&+ \int_0^{T^{!}} \frac{\partial \mathcal{L}^{\#}}{\partial C(t)} \Delta C(t) dt \\
&+ \int_0^{T^{!}} \left(\frac{\partial \mathcal{L}^{\#}}{\partial K(t)} + \dot{\lambda}^{\#}(t) \right) \Delta K(t) dt + \int_0^{T^{!}} \left(\frac{\partial \mathcal{L}^{\#}}{\partial Z(t)} + \dot{\nu}^{\#}(t) \right) \Delta Z(t) dt \\
&+ \left(\frac{\partial V_+^{!}}{\partial K(T^{\#})} - \lambda^{\#}(T^{\#}) \right) \Delta K(T^{\#}) + \left(\frac{\partial V_+^{!}}{\partial Z(T^{\#})} - \nu^{\#}(T^{\#}) \right) \Delta Z(T^{\#})
\end{aligned}
$$

La nullité terme à terme donne les conditions nécessaires du premier ordre habituelles et les conditions de raccordement :

conditions nécessaires du premier ordre :

$$
\begin{aligned}
\frac{\partial \mathcal{L}^{\#}}{\partial C(t)} &= 0 \\
\frac{\partial \mathcal{L}^{\#}}{\partial K(t)} + \dot{\lambda}^{\#}(t) &= 0 \\
\frac{\partial \mathcal{L}^{\#}}{\partial Z(t)} + \dot{\nu}^{\#}(t) &= 0
\end{aligned}
$$

conditions de raccordement :

$$
\begin{aligned}
\mathcal{L}^{\#}(T^{!}) + \int_0^{T^{!}} \frac{\partial \mathcal{L}^{\#}}{\partial T^{\#}} dt + \frac{\partial V_+^{!}}{\partial T^{\#}} &= 0 \\
\frac{\partial V_+^{!}}{\partial K(T^{\#})} - \lambda^{\#}(T^{\#}) &= 0 \\
\frac{\partial V_+^{!}}{\partial Z(T^{\#})} - \nu^{\#}(T^{\#}) &= 0
\end{aligned}
$$

A.2 Problème après $T^{\#}$

$$
\begin{aligned}
\max V_+ &= \int_{T^!}^{!\$} F_+(C(t),K(t),Z(t),t)dt \\
\dot{K}(t) &= f_+(C(t),K(t),Z(t),t), \qquad T^{\#} \% t \\
Z(t) &= Z(T^{\#}) + h(t,T^{\#}) + \int_{T^!}^{!\,t} g_+(C(z),t,z)dz, \qquad T^{\#} \% t \\
& K(T^{\#}) \text{ et } Z(T^{\#}) \text{ donnés}
\end{aligned}
$$

Le lagrangien est :

$$
\begin{aligned}
\Lambda_+ &= V_+ + \int_{T^!}^{!\$} \lambda_+(t)\left(f_+(C(t),K(t),Z(t),t) \;!\; \dot{K}(t)\right)^{\#} dt \\
&\quad + \int_{T^!}^{!\$} \mu_+(t)\left(h(t,T^{\#}) + \int_{T^!}^{!\,t} g_+(C(z),t,z)dz + Z(T^{\#}) \;!\; Z(t)\right)^{0} dt \\
&= V_+ + \int_{T^!}^{!\$} \lambda_+(t)f_+(C(t),K(t),Z(t),t)dt \;!\; \left(\lim_{t\%\$} \lambda_+(t)K(t) \;!\; \lambda_+(T^{\#})K(T^{\#})\right)^{\#} + \int_{T^!}^{!\$} \dot{\lambda}_+(t)K(t)dt \\
&\quad + \int_{T^!}^{!\$} \mu_+(t)h(t,T^{\#})dt + \int_{T^!}^{!\$} \left(\int_{t}^{!\$} \mu_+(z)g_+(C(t),z,t)dz\right)^{0} dt + \int_{T^!}^{!\$} \mu_+(t)\left(Z(T^{\#}) \;!\; Z(t)\right)^{2} dt
\end{aligned}
$$

Définition du hamiltonien (Kamien et Muller [1976]) :

$$
\mathcal{H}_+(C(t),K(t),Z(t),t) = F_+(C(t),K(t),Z(t),t) + \lambda_+(t)f_+(C(t),K(t),Z(t),t) + \int_{t}^{!\$} \mu_+(z)g_+(C(t),z,t)dz
$$

Alors :

$$
\Lambda_+ = \int_{T^!}^{!\$} \left(\mathcal{H}_+ + \mu_+(t)h(t,T^{\#}) + \dot{\lambda}_+(t)K(t) + \mu_+(t)\left(Z(T^{\#}) \;!\; Z(t)\right)^{2}\right)^{\#} dt \;!\; \left(\lim_{t\%\$} \lambda_+(t)K(t) \;!\; \lambda_+(T^{\#})K(T^{\#})\right)^{\#}
$$

On procède comme précédemment. On définit le prix implicite du stock Z par :

$$
\dot{\nu}_+(t) = \;!\, \mu_+(t)
$$

et on a donc :

$$
\nu_+(t) \;!\; \lim_{t"\%\$} \nu_+(t) = \int_{t}^{!\$} \mu_+(z)dz
$$

On définit ensuite le hamiltonien modifié suivant :

$$
\begin{aligned}
\mathcal{H}_+ &= \mathcal{H}_+ + \lim_{s"\%\$} \nu_+(s)g_+(C(t),s,t) \\
&= F_+(C(t),K(t),Z(t),t) + \lambda_+(t)f_+(C(t),K(t),Z(t),t) \;!\; \int_{t}^{!\$} \dot{\nu}_+(z)g_+(C(t),z,t)dz \\
&\quad + \lim_{s"\%\$} \nu_+(s)g_+(C(t),s,t) \\
&= F_+(C(t),K(t),Z(t),t) + \lambda_+(t)f_+(C(t),K(t),Z(t),t) + \nu_+(t)g_+(C(t),t,t) \\
&\quad + \int_{t}^{!\$} \nu_+(z)\frac{\partial g_+(C(t),z,t)}{\partial z}dz
\end{aligned}
$$

On peut alors écrire :

$$
\begin{aligned}
\Lambda_+ &= \int_{T^!}^{T^\#} \left(\lambda_+ + \dot{\lambda}_+(t)K(t) + \dot{\nu}_+(t)Z(t) \right) dt - \left(\lim_{t \to T^!} \lambda_+(t)K(t) - \lambda_+(T^\#)K(T^\#) \right) \\
&\quad + Z(T^\#) \left(\nu_+(T^\#) - \lim_{t \to T^!} \nu_+(t) \right) - \int_{T^!}^{T^\#} \dot{\nu}_+(t)h(t,T^\#)dt \\
&= \int_{T^!}^{T^\#} \left(\lambda_+ + \dot{\lambda}_+(t)K(t) + \dot{\nu}_+(t)Z(t) \right) dt - \left(\lim_{t \to T^!} \lambda_+(t)K(t) - \lambda_+(T^\#)K(T^\#) \right) \\
&\quad + \nu_+(T^\#)Z(T^\#) - \lim_{t \to T^!} \nu_+(t) \left(Z(t) - h(t,T^\#) - \int_{T^!}^{t} g_+(C(z),t,z)dz \right) \\
&\quad - \left(\lim_{t \to T^!} \nu_+(t)h(t,T^\#) - \nu_+(T^\#)h(T^\#,T^\#) \right) + \int_{T^!}^{T^\#} \nu_+(t)\frac{\partial h(t,T^\#)}{\partial t}dt \\
&= \int_{T^!}^{T^\#} \left(\lambda_+ + \dot{\lambda}_+(t)K(t) + \dot{\nu}_+(t)Z(t) \right) dt - \left(\lim_{t \to T^!} \lambda_+(t)K(t) - \lambda_+(T^\#)K(T^\#) \right) \\
&\quad - \left(\lim_{t \to T^!} \nu_+(t)Z(t) - \nu_+(T^\#)Z(T^\#) \right) + \nu_+(T^\#)h(T^\#,T^\#) + \int_{T^!}^{T^\#} \nu_+(t)\frac{\partial h(t,T^\#)}{\partial t}dt
\end{aligned}
$$

On a par ailleurs :

$$
\frac{dV_+^!}{dT^\#} = \frac{\partial V_+^!}{\partial K(T^\#)}\frac{\partial K(T^\#)}{\partial T^\#} + \frac{\partial V_+^!}{\partial Z(T^\#)}\frac{\partial Z(T^\#)}{\partial T^\#} + \frac{\partial V_+^!}{\partial T^\#}
$$

avec

$$
\begin{aligned}
\frac{dV_+^!}{dT^\#} &= \frac{d\Lambda_+^!}{dT^\#} \\
&= -\left(\lambda_+^! \right)_{T^!} - \dot{\lambda}_+^!(T^\#)K^!(T^\#) - \dot{\nu}_+^!(T^\#)Z^!(T^\#) \\
&\quad + \int_{T^!}^{T^\#} \frac{\partial \left(\lambda_+^! \right)}{\partial T^\#}dt \\
&\quad + \lambda_+^!(T^\#)\frac{\partial K(T^\#)}{\partial T^\#} + \dot{\lambda}_+^!(T^\#)K^!(T^\#) + \nu_+(T^\#)\frac{\partial Z(T^\#)}{\partial T^\#} + \dot{\nu}_+^!(T^\#)Z^!(T^\#) \\
&\quad + \dot{\nu}_+^!(T^\#)h(T^\#,T^\#) + \nu_+(T^\#)\frac{\partial h(T^\#,T^\#)}{\partial T^\#} - \nu_+(T^\#)\left(\frac{\partial h(t,T^\#)}{\partial t} \right)_{T^!} + \int_{T^!}^{T^\#} \nu_+(t)\frac{\partial^2 h(t,T^\#)}{\partial t \partial T^\#}dt
\end{aligned}
$$

On a donc :

$$
\begin{aligned}
\frac{\partial V_+^!}{\partial K(T^\#)} &= \lambda_+^!(T^\#) \\
\frac{\partial V_+^!}{\partial Z(T^\#)} &= \nu_+^!(T^\#) \\
\frac{\partial V_+^!}{\partial T^\#} &= -\left(\lambda_+^! \right)_{T^!} + \int_{T^!}^{T^\#} \frac{\partial \left(\lambda_+^! \right)}{\partial T^\#}dt \\
&\quad + \dot{\nu}_+^!(T^\#)h(T^\#,T^\#) + \nu_+(T^\#)\frac{\partial h(T^\#,T^\#)}{\partial T^\#} - \nu_+(T^\#)\left(\frac{\partial h(t,T^\#)}{\partial t} \right)_{T^!} + \int_{T^!}^{T^\#} \nu_+(t)\frac{\partial^2 h(t,T^\#)}{\partial t \partial T^\#}dt
\end{aligned}
$$

Finalement, les conditions de raccordement s'écrivent :

$$
\begin{aligned}
\lambda^{!}_{"}(T^{\#}) &= \lambda^{!}_{+}(T^{\#}) \\
\nu^{!}_{"}(T^{\#}) &= \nu^{!}_{+}(T^{\#}) \\
(\,"\,\Big|_{T^{!}} + \int_{0}^{!\ T^{!}} \frac{\partial (\,"}{\partial T^{\#}} dt &= (\,^{!}_{+}\Big|_{T^{!}} \ !\ \int_{T^{!}}^{!\ \$} \frac{\partial (\,^{!}_{+}}{\partial T^{\#}} dt \\
&\quad !\ \dot{\nu}^{!}_{+}(T^{\#}) h(T^{\#}, T^{\#}) \ !\ \nu_{+}(T^{\#}) \frac{\partial h(T^{\#}, T^{\#})}{\partial T^{\#}} + \nu_{+}(T^{\#}) \frac{\partial h(t, T^{\#})}{\partial t}\Big|_{T^{!}} \\
&\quad !\ \int_{T^{!}}^{!\ \$} \nu_{+}(t) \frac{\partial^2 h(t, T^{\#})}{\partial t \partial T^{\#}} dt
\end{aligned}
$$

Conditions de transversalité :

$$
\begin{aligned}
&\lim_{t \% \$} \lambda_{+}(t) K(t) \\
&\lim_{t \% \$} \nu_{+}(t) Z(t)
\end{aligned}
$$

A.3 Application

Les résultats précédents sont appliqués à notre problème.

A.3.1 Avant $T^{\#}$

$$
C(t) = \begin{pmatrix} E(t) \\ a(t) \end{pmatrix}, \quad K(t) = \begin{pmatrix} S(t) \\ A(t) \end{pmatrix}, \quad Z(t) = CS(t)
$$

$$
F_{"} = e^{"rt} \left[\frac{\phi_1}{\phi_2} E(t)^{\phi_2} \ !\ \psi\left(S(t) \ !\ CS(t)\right) \ !\ \frac{\xi}{2} A(t)^2 \right]
$$

$$
\begin{aligned}
f_{1"} &= \ !\ \delta(S(t) \ !\ CS(t)) + E(t) + E \\
f_{2"} &= a(t)
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
g_{"}(a(z), t, z) &= (cs^{!} \ !\ cs_n) a(z) (1 \ !\ e^{"s(t"z)}) \\
\frac{\partial g_{"}(a(t), z, t)}{\partial z} &= (cs^{!} \ !\ cs_n) s a(t) e^{"s(z"t)}
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
(\," &= e^{"rt} \left[\frac{\phi_1}{\phi_2} E(t)^{\phi_2} \ !\ \psi\left(S(t) \ !\ CS(t)\right) \ !\ \frac{\xi}{2} A(t)^2 \right] \\
&\quad + \lambda_{1"}(t) \left[\ !\ \delta(S(t) \ !\ CS(t)) + E(t) + E \right] + \lambda_{2"}(t) a(t) \\
&\quad + (cs^{!} \ !\ cs_n) s a(t) \int_{t}^{!\ T^{!}} \nu_{"}(z) e^{"s(z"t)} dz
\end{aligned}
$$

Hamiltonien linéaire en $a(t)$: solution bang-bang. Coefficient associé à $a(t)$:

$$
\alpha(t) = \lambda_{2"}(t) + (cs^{!} \ !\ cs_n) s \int_{t}^{!\ T^{!}} \nu_{"}(z) e^{"s(z"t)} dz
$$

Conditions nécessaires du premier ordre :

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \mathcal{H}_-}{\partial E(t)} &= 0 \Leftrightarrow e^{-rt}\phi_1 E(t)^{\phi_2-1} + \lambda_{1-}(t) = 0 \\
\frac{\partial \mathcal{H}_-}{\partial S(t)} + \dot{\lambda}_{1-}(t) &= 0 \Leftrightarrow -e^{-rt}\psi - \lambda_{1-}(t)\delta + \dot{\lambda}_{1-}(t) = 0 \\
\frac{\partial \mathcal{H}_-}{\partial A(t)} + \dot{\lambda}_{2-}(t) &= 0 \Leftrightarrow -e^{-rt}\xi A(t) + \dot{\lambda}_{2-}(t) = 0 \\
\frac{\partial \mathcal{H}_-}{\partial CS(t)} + \dot{\nu}_-(t) &= 0 \Leftrightarrow e^{-rt}\psi + \lambda_{1-}(t)\delta + \dot{\nu}_-(t) = 0
\end{aligned}$$

A.3.2 Après $T^{\#}$

$$F_+ = F_-$$

$$\begin{aligned}
f_{1+} &= f_{1-} \\
f_{2+} &= -b(t)
\end{aligned}$$

$$h(t, T^{\#}) = (cs^{!} - cs_n)\int_0^{T^{!}} a(z)(1 - e^{-s(t-z)})dz$$

$$g_+(b(z), t, z) = -(cs^{!} - cs_n)b(z)f(t, z, \chi(z))$$

$$\begin{aligned}
\mathcal{H}_+ = \; & e^{-rt}\left[\frac{\phi_1}{\phi_2}E(t)^{\phi_2} - \psi(S(t) - CS(t)) - \frac{\xi}{2}A(t)^2\right] \\
& + \lambda_{1+}(t)\left[-\delta(S(t) - CS(t)) + E(t) + E^{\#}\right] - \lambda_{2+}(t)b(t) \\
& - (cs^{!} - cs_n)b(t)\int_t^{\$} \nu_+(z)\frac{\partial f(z, t, \chi(t))}{\partial z}dz
\end{aligned}$$

Hamiltonien linéaire en $b(t)$: solution bang-bang. Coefficient associé à $b(t)$:

$$\beta(t) = -\lambda_{2+}(t) - (cs^{!} - cs_n)\int_t^{!\,\$} \nu_+(z)\frac{\partial f(z, t, \chi(t))}{\partial z}dz$$

Conditions nécessaires du premier ordre :

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \mathcal{H}_+}{\partial E(t)} &= 0 \Leftrightarrow e^{-rt}\phi_1 E(t)^{\phi_2-1} + \lambda_{1+}(t) = 0 \\
\frac{\partial \mathcal{H}_+}{\partial S(t)} + \dot{\lambda}_{1+}(t) &= 0 \Leftrightarrow -e^{-rt}\psi - \lambda_{1+}(t)\delta + \dot{\lambda}_{1+}(t) = 0 \\
\frac{\partial \mathcal{H}_+}{\partial A(t)} + \dot{\lambda}_{2+}(t) &= 0 \Leftrightarrow -e^{-rt}\xi A(t) + \dot{\lambda}_{2+}(t) = 0 \\
\frac{\partial \mathcal{H}_-}{\partial CS(t)} + \dot{\nu}_+(t) &= 0 \Leftrightarrow e^{-rt}\psi + \lambda_{1+}(t)\delta + \dot{\nu}_+(t) = 0
\end{aligned}$$

A.3.3 Ecriture des conditions de raccordement

$$\lambda_{1-}^{!}(T^{\#}) = \lambda_{1+}^{!}(T^{\#})$$

$$* \quad !\, e^{-rT^{!}} \left(\frac{\psi}{r+\delta} + \phi_1 E(0)^{\phi_2 - 1} \left(!\, \frac{\psi}{r+\delta} \right) e^{(r+\delta)T^{!}} \right) = !\, e^{-rT^{!}} \frac{\psi}{r+\delta}$$

$$* \quad \phi_1 E(0)^{\phi_2 - 1} \left(!\, \frac{\psi}{r+\delta} \right)$$

$$* \quad E(0) = E^{!}$$

Alors,

$$\lambda_{1-}^{!}(t) = !\, e^{-rt} \frac{\psi}{r+\delta} \quad \text{et } \lambda_{1+}^{!}(t) = !\, e^{-rt} \frac{\psi}{r+\delta}$$

$$\lambda_{2-}^{!}(T^{\#}) = \lambda_{2+}^{!}(T^{\#})$$

$$* \quad \lambda_{2-}^{!}(0) \left(!\, \frac{\xi \overline{a}}{r} \left(Te^{-rT} \left(!\, \frac{1 - e^{-rT}}{r} \right) - \frac{\xi \overline{a} T}{r} \left(e^{-rT^{!}} - e^{-rT^{\#}} \right) \right) \right) = !\, \frac{\xi \overline{a} T}{r} e^{-rT^{!}} + \frac{\xi \overline{a}}{r^2} \left(e^{-rT^{!}} - e^{-rT^{!!}} \right)$$

$$* \quad \lambda_{2-}^{!}(0) = \frac{\xi \overline{a}}{r^2} \left(e^{-rT} + e^{-rT^{!}} - e^{-rT^{!!}} - 1 \right)$$

$$\nu_{-}^{!}(T^{\#}) = \nu_{+}^{!}(T^{\#}) \quad * \quad \nu_{-}^{!}(t) = e^{-rt} \frac{\psi}{r+\delta} \quad \text{et } \nu_{+}^{!}(t) = e^{-rt} \frac{\psi}{r+\delta}$$

qui implique :

$$\int_{t}^{!} \nu_{+}(z) \frac{\partial f(z,t,\chi(t))}{\partial z} dz = \frac{\psi r}{(r+\delta)(r+s^{\#})} e^{-rt} \left(\frac{s^{\#}}{r} - \frac{s^{\#} - s}{r+s} e^{-s(2t-(T+T^{!}))} \right)$$

Dernière condition de raccordement :

$$\left(\frac{\partial \varphi_{-}}{\partial T^{\#}} \right)_{T^{!}} + \int_{0}^{T^{!}} \frac{\partial \varphi_{-}}{\partial T^{\#}} dt = \left(\frac{\partial \varphi_{+}^{!}}{\partial T^{\#}} \right)_{T^{!}} - \int_{T^{!}}^{!} \frac{\partial \varphi_{+}^{!}}{\partial T^{\#}} dt$$
$$- \dot{\nu}_{+}^{!}(T^{\#}) h(T^{\#}, T^{\#}) - \nu_{+}(T^{\#}) \frac{\partial h(T^{\#}, T^{\#})}{\partial T^{\#}} + \nu_{+}(T^{\#}) \left(\frac{\partial h(t, T^{\#})}{\partial t} \right)_{T^{!}}$$
$$- \int_{T^{!}}^{!} \nu_{+}(t) \frac{\partial^2 h(t, T^{\#})}{\partial t \partial T^{\#}} dt$$

$$\left(\frac{\partial \varphi_{-}}{\partial T^{\#}} \right)_{T^{!}} + \int_{0}^{T^{!}} \frac{\partial \varphi_{-}}{\partial T^{\#}} dt = e^{-rT^{!}} \left[\frac{\phi_1}{\phi_2} E^{!\phi_2} - \psi \left(S(T^{\#}) - CS(T^{\#}) \right) - \frac{\xi}{2} A(T^{\#})^2 \right]$$
$$+ \lambda_{1-}(T^{\#}) \left(-\delta(S(T^{\#}) - CS(T^{\#})) + E^{!} + E^{\#} \right) + \lambda_{2-}(T^{\#}) \underbrace{a(T^{\#})}_{=0}$$
$$+ (cs^{!} - cs_n) \frac{\psi}{r+\delta} \overline{a} e^{-(r+s)T^{!}} \left(e^{sT} - 1 \right)$$

$$
\begin{aligned}
&\left(\frac{\partial \Lambda_+^{\prime}}{\partial T^{\prime}}\right)_{T^{\prime}} - \int_{T^{\prime}}^{T^{\#}} \left(\frac{\partial \Lambda_+^{\prime}}{\partial T^{\#}}\right)_{0} dt - \dot{\nu}_+^{\prime}(T^{\#})h(T^{\#},T^{\#}) - \nu_+(T^{\#})\frac{\partial h(T^{\#},T^{\#})}{\partial T^{\#}} + \nu_+(T^{\#})\left(\frac{\partial h(t,T^{\#})}{\partial t}\right)_{T^{\prime}} \\
&- \int_{T^{\prime}}^{T^{\#}} \nu_+(t)\left(\frac{\partial^2 h(t,T^{\#})}{\partial t \partial T^{\#}}\right)_{0} dt \\
= \; & e^{-rT^{\prime}}\left[\frac{\phi_1}{\phi_2}E^{-\phi_2} - \psi\left(S(T^{\#}) - CS(T^{\#})\right)^2 - \frac{\xi}{2}A(T^{\#})^2\right] + \lambda_{1+}(T^{\#})\left[-\delta(S(T^{\#}) - CS(T^{\#})) + E^{-} + E^{\#}\right] \\
& - \lambda_{2+}(T^{\#})b(T^{\#}) - (cs^{-} - cs_n)\overline{a}\frac{\psi r}{(r+\delta)(r+s^{\#})}e^{-rT^{\prime}}\left[\frac{s^{\#}}{r} - \frac{s^{\#}-s}{r+s}e^{-s(T^{\prime}-T)}\right] \\
& + (cs^{-} - cs_n)\frac{\psi r}{r+\delta}e^{-rT^{\prime}}\overline{a}\int_0^{T}(1 - e^{-s(T^{\prime}-z)})dz - (cs^{-} - cs_n)\frac{\psi s}{r+\delta}\overline{a}e^{-rT^{\prime}}\int_0^{T} e^{-s(T^{\prime}-z)}dz \\
& + e^{-rT^{\prime}}(cs^{-} - cs_n)\frac{\psi s}{r+\delta}\overline{a}\int_0^{T} e^{-s(T^{\prime}-z)}dz \\
= \; & e^{-rT^{\prime}}\left[\frac{\phi_1}{\phi_2}E^{-\phi_2} - \psi\left(S(T^{\#}) - CS(T^{\#})\right)^2 - \frac{\xi}{2}A(T^{\#})^2\right] + \lambda_{1+}(T^{\#})\left[-\delta(S(T^{\#}) - CS(T^{\#})) + E^{-} + E^{\#}\right] \\
& - \lambda_{2+}(T^{\#})\overline{a} - (cs^{-} - cs_n)\overline{a}\frac{\psi r}{(r+\delta)(r+s^{\#})}e^{-rT^{\prime}}\left[\frac{s^{\#}}{r} - \frac{s^{\#}-s}{r+s}e^{-s(T^{\prime}-T)}\right] \\
& + (cs^{-} - cs_n)\frac{\psi r}{r+\delta}e^{-rT^{\prime}}\overline{a}\left[T - e^{-sT^{\prime}}\frac{e^{sT}-1}{s}\right]
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
&\left(\frac{\partial \Lambda_+^{\prime}}{\partial T^{\prime}}\right)_{T^{\prime}} - \int_{T^{\prime}}^{T^{\#}} \left(\frac{\partial \Lambda_+^{\prime}}{\partial T^{\#}}\right)_{0} dt - \dot{\nu}_+^{\prime}(T^{\#})h(T^{\#},T^{\#}) + \int_{T^{\prime}}^{T^{\#}} \dot{\nu}_+(t)\left(\frac{\partial h(t,T^{\#})}{\partial T^{\#}}\right)_{0} dt \\
= \; & e^{-rT^{\prime}}\left[\frac{\phi_1}{\phi_2}E^{-\phi_2} - \psi\left(S(T^{\#}) - CS(T^{\#})\right)^2 - \frac{\xi}{2}A(T^{\#})^2\right] \\
& + \lambda_{1+}(T^{\#})\left[-\delta(S(T^{\#}) - CS(T^{\#})) + E^{-} + E^{\#}\right] - \lambda_{2+}(T^{\#})b(T^{\#}) \\
& - (cs^{-} - cs_n)b(T^{\#})\frac{\psi r}{(r+\delta)(r+s^{\#})}e^{-rT^{\prime}}\left[\frac{s^{\#}}{r} - \frac{s^{\#}-s}{r+s}e^{-s(T^{\prime}-T)}\right] \\
& + \frac{\psi r}{r+\delta}(cs^{-} - cs_n)\overline{a}e^{-rT^{\prime}}\left[T - e^{-sT^{\prime}}\frac{e^{sT}-1}{s}\right]
\end{aligned}
$$

d'où la condition :

$$
\begin{aligned}
& (cs^{-} - cs_n)\frac{\psi}{r+\delta}\overline{a}e^{-(r+s)T^{\prime}}\left(e^{sT} - 1\right) \\
= \; & -\left[-\frac{\xi\overline{a}T}{r}e^{-rT^{\prime}} + \frac{\xi\overline{a}}{r^2}\left(e^{-rT^{\prime}} - e^{-rT^{\prime\prime}}\right)\right]\overline{a} \\
& - (cs^{-} - cs_n)\overline{a}\frac{\psi r}{(r+\delta)(r+s^{\#})}e^{-rT^{\prime}}\left[\frac{s^{\#}}{r} - \frac{s^{\#}-s}{r+s}e^{-s(T^{\prime}-T)}\right] \\
& + \frac{\psi r}{r+\delta}(cs^{-} - cs_n)\overline{a}e^{-rT^{\prime}}\left[T - e^{-sT^{\prime}}\frac{e^{sT}-1}{s}\right]
\end{aligned}
$$

c'est-à-dire :

$$
\begin{aligned}
& (cs^{!} \ ! \ cs_n)\frac{\psi}{r+\delta} \left(\frac{r+s}{s} e^{" sT^{!}} \left(e^{sT} \ ! \ 1 \right) \right. \ ! \ rT + \frac{r}{r+s^{\#}} \left(\frac{s^{\#}}{r} \ ! \ \frac{s^{\#} \ ! \ s}{r+s} e^{" s(T^{!} " T)} \right) \\
= \ & \frac{\xi \overline{a} T}{r} \ ! \ \frac{\xi \overline{a}}{r^2} \left(1 \ ! \ e^{" r(T^{!!} " T^{!})} \right)
\end{aligned}
$$

Séquestrer du carbone dans les sols agricoles :

proposition pour un marché de quotas transférables

Florent PRATLONG[*][†]
Ecole Centrale Paris
Université Paris 1 *Panthéon-Sorbonne.*

Septembre 2005
Version Provisoire
Ne pas citer

Résumé : Cet article propose de mettre en place un marché de quotas transférables sur les tonnes de carbone séquestrées afin de promouvoir et récompenser l'adoption des pratiques de séquestration les plus efficientes. Les agriculteurs sont caractérisés par une hétérogénéité de leurs coûts de séquestration. Nous présentons les conditions d'optimalité pour les agriculteurs lorsque la séquestration est réglementée par les autorités publiques à travers des mécanismes de marché. Nous montrons qu'une augmentation du prix de la tonne de carbone séquestrée accroît la surface des sols agricoles mis en culture et incite les agriculteurs à adopter les techniques de séquestration les plus efficaces.

JEL Code : O13, Q28.

Mots-clés : Economie agricole, séquestration du carbone, marché de permis négociables.

---

[*]Correspondance: Laboratoire d'Economie, Grande Voie des Vignes, 92295 Châtenay-Malabry cedex, E-Mail: fpratlong@ecp.fr

[†]Cette recherche a été menée grâce au soutient financier de l'Agence de l'Environnement et de Maîtrise de l'Energie (ADEME) et dans le cadre du contrat pour le GICC sur l'"Etude des politiques économiques destinées à promouvoir la séquestration du carbone dans les sols agricoles". Je reste néanmoins seul responsable des erreurs ou omissions subsistantes.

1 Introduction

Le sol représente la plus grande réserve de carbone organique en interaction avec l'atmosphère. Selon l'IPCC, à l'échelle globale, l'atmosphère contient 750gt de carbone, la végétation totale de la terre en contient 650 gt alors que le sol en stocke entre 1500 gt pour le premier mètre en profondeur et 2500 gt pour les deux premiers mètres. Depuis plus d'un siècle et demi, la séquestration naturelle globale du sol n'a cessé de diminuer. En effet, la déforestation intensive, l'extension des zones de pâturage et des zones agricoles cultivées ont eu pour conséquences l'émission de grande quantité de carbone sous la forme de CO2.

Les sols agricoles constituent donc de véritables puits de carbone qui ont servis jusqu'alors à dégager du carbone dans l'atmosphère plutôt qu'à en séquestrer. Aujourd'hui la prise en compte des contraintes internationales sur les émissions de gaz à effet de serre conduit à utiliser le potentiel de séquestration par ces puits naturels pour réduire la quantité de carbone dans l'atmosphère. Ainsi, le Protocole de Kyoto (UNFCCC, [1997]) et les conférences de Bonn et Marrakech ont prévu, en plus de la limitation des émissions de gaz à effet de serre, de recourir à des compensations possibles aux niveaux des sols agricoles. Notamment, l'article 3.4 du Protocole de Kyoto préconise deux démarches : le changement d'occupation du sol et le changements de pratiques. Différentes activités sont potentiellement éligibles par le GIEC au titre de l'article 3.4 et concernent la gestion des terres cultivées, la lutte contre l'érosion des sols, la restauration des zones humides ou encore la gestion des jachères et des prairies. Par ailleurs, les activités agricoles en France sont aussi responsables de 16% des émissions de gaz à effet de serre dont 67% des émissions françaises de N_2O (en raison des émissions par les sols agricoles et de l'épandage des déjections animales) et de 54% des émissions françaises de CH4 (en raison de la fermentation entériques et de l'épandage des déjections animales). Par conséquent, le secteur agricole doit aussi contribuer au programme français de lutte contre le changement climatique et la séquestration apparaît alors comme une option de réglementation environnementale possible.

Le développement des contraintes sur les émissions de gaz à effet de serre conduit à la recherche de différentes options permettant une réduction des concentrations de gaz dans l'atmosphère. Comme le montre Nelson [1999] et Williams *et al.* [2000], la séquestration du carbone dans les sols agricoles offre une alternative envisageable pour satisfaire les contraintes sur les émissions. Néanmoins, la difficulté consiste à inciter les agriculteurs à adopter les techniques et les potentiels de séquestration les plus importants. Les autorités publiques doivent aussi faire face à

une asymétrie dans la réglementation du comportement de ces agriculteurs étants la nature hétérogène des coûts de séquestration. Alors, dans la lignée des travaux sur les marchés de permis négociables (Dales [1968] et Montgomery [1972]), nous proposons de créer un marché de quotas transférables comme instrument réglementaire incitatif pour satisfaire une contrainte de séquestration exogène définie par les autorités publiques. Ce mécanisme présente ainsi l'avantage de laisser aux agriculteurs la flexibilité de décider de leur stratégie étant donné la nature de leurs coûts de séquestration.

Ce papier est organisé de la façon suivante. La premier section vise à comprendre les méthodes et à présenter l'hétérogénéité des techniques de séquestration du carbone dans les sols agricoles. Ensuite, le potentiel de coût et de techniques de stockage est étudié avec une application en France par l'Institut des Céréales et des Fourrages (1970-1998). La deuxième section présente le développement d'un système de marché de quotas transférables pour les émissions de carbone séquestré par les sols agricoles. La dernière section conclue.

2 La séquestration du carbone dans les sols agricoles

2.1 L'hétérogénéité des techniques de séquestration

Comme le montre les études du FAO [1996] ainsi que Recous et Laurent [2001], il existe une grande hétérogénéité des techniques de séquestration du carbone dans les sols agricoles avec des coûts et des résultats potentiels différents. Le mode d'occupation du sol tient un rôle important dans la variation du stock de carbone dans le sol. Par exemple, le potentiel de stock de carbone séquestré dans les sols forestiers est d'environ 80 tonnes par ha, la pelouse d'altitude et les tourbes environ 100 tonnes par ha, les sols cultivés ont une moyenne de 20 à 30 tonnes de carbone séquestré par ha. Il est possible de distinguer différentes techniques de séquestration:

- Un premier moyen permettant d 'augmenter le stock de carbone dans les sols agricoles est le changement dans l'occupation des sols et donc de remplacer les sols cultivés par des plantation de forêts ou des prairies sous forme de revégétation ainsi que la mise en jachère avec un couvert végétal.

- Le second moyen est de changer de pratiques agricoles pour obtenir un stock plus grand de carbone. La fertilisation et l'irrigation permet des pratiques permettant d'augmenter le rendement et donc le poids des résidus racinaires et de biomasse

aérienne. D'autres pratiques (sous formes de fumier, de boue ou de composts) apportent directement le carbone. Enfin, des pratiques agricoles différentes, l'agriculture de conservation ou les techniques culturales amplifiées, permettent d'accroître la séquestration.

2.1.1 L'agriculture de conservation

L'agriculture de conservation est une pratique de séquestration du carbone dans les sols agricoles consistant à adopter les pratiques du labour, de couverture des sols par les résidus, de rotation des cultures ou au travers de l'enherbement des cultures pérennes. Le labour est une opération agricole favorisant l'aération des sols qui permettent de lutter contre les mauvaises herbes et d'enrichir le sol en oxygène. Néanmoins, le labour réduit le potentiel de carbone séquestré dans les sols. D'une part, sur un sol labouré, les agrégats de terre sont détruits en petits morceaux et les échanges terre/atmosphère sont plus importants. Il en résulte un accroissement de la quantité de carbone relâchée dans l'atmosphère. D'autre part, le labour arrache les racines des cultures précédentes et les mauvaises herbes, qui permettraient de séquestrer du carbone plus en profondeur et plus durablement. Ainsi, dans la mesure où le labour expose le sol à l'air et donc à l'oxydation, la perte de carbone contenu à l'origine dans les sols est de 30 à 50%.

On peut définir différents type de labour en fonction de la masse de matière organique résiduelle laissée:

- le labour conventionnel intensif laisse moins de 15% de matière organique des cultures précédentes.

- le labour réduit de 15% à 30% de résidus de récolte sur la surface du sol.

- le labour de paillis consiste à utiliser le labourage avant la plantation, mais plus de 30% de la surface du sol doit être recouvert par des résidus pendant la croissance des cultures.

- le labour d'arrêtes revient à ne pas retourner la terre entre les récoltes de l'ancienne culture et la nouvelle plantation avec la possibilité d'injecter des nutriments dans les sols. La charrue est utilisée pour creuser les sillons dans lesquelles sont plantées les graines et les résidus restent sur les arrêtes du sillon.

- le non labour consiste à laisser le sol tel quel à l'exception d'injection de nutriments dans le sol et les herbicides sont utilisés pour prévenir l'apparition des mauvaises herbes.

Les premières estimations scientifiques montrent les avantages des labours moins intensifs au niveau de la teneur de carbone séquestré dans les sols. L'extension de la pratique du labourage de conservation pourrait augmenter aux Etats-Unis sur les vingt-cinq prochaines années la séquestration de 32 MMt de carbone par an pour 16,2Mha convertis à cette pratique.

La couverture végétale des sols ou l'agriculture de paillis vient compléter le non labour et permet d'accroître la séquestration dans le sol. Ainsi, l'ajout d'azote sous forme organique ou inorganique augmente significativement le niveau de carbone dans le sol. La couverture du sol permet de l'isoler de l'atmosphère et de libérer les émissions de CO2 par le sol. En outre, les résidus peuvent limiter l'érosion du sol et sont une source abondante de matières organiques incorporées au sol améliorant la fertilité et le potentiel de séquestration. Aux Etats-Unis, l'érosion induit une perte de 1871 MMt de carbone . Utiliser la couverture du sol par des résidus ou des engrais végétaux de manière appropriée peut donc empêcher cet état de fait. La rotation des cultures augmente le potentiel de séquestration. Combinée avec le labourage de conservation et l'utilisation des résidus, l'efficacité de cette technique augmente. Cette pratique sur une courte période représente une solution intéressante en terme de stockage soit 0,15 tonne de carbone séquestrée par hectare et par an. L'enherbement permanent des inter-rangs dans les vignes et vergers permet un stockage additionnel de carbone presque équivalent à celui induit par la conservation d'une terre labourée en prairie permanente, soit environ 0,4 tonne de carbone séquestrée par hectare et par an.

2.1.2 Transformation des terres cultivées en forêt

De nombreuses régions de terres cultivées ou encore destinées à l'élevage sont très peu rentables du fait de leur nature de sol, de leur exposition aux vents, etc ..., et sont donc de très faible valeur. Ces terres, avant d'être converties en terres agricoles, étaient des forêts séquestrant bien plus de carbone qu'aujourd'hui. Il est donc logique de vouloir favoriser la transformation de ces terres pauvres en forêts utiles pour la séquestration du carbone. En effet, les forêts permettent de stocker de grandes quantités de carbone, dépendantes des arbres plantés mais aussi des différentes régions et des différents climats. Le gain de carbone stocker par la transformation des sols agricoles en forêt est positif. Néanmoins, l'évolution du

carbone séquestré est définie telle que les capacités de stockage sont très importantes en début de cycle puis finissent pas stagner quand la forêt atteint son équilibre.

2.1.3 Transformation des terres cultivées en prairies

Enfin, ces mêmes terres cultivées, mais très peu rentables, peuvent être également transformées en prairies. Les prairies séquestrent une quantité non négligeable de carbone sans coût préalable de changement de pratique. Les prairies séquestrent du carbone dans les sols en quantité supérieure puisque le non labour y est pratiqué sans aucune difficulté. Par ailleurs, l'herbe joue un rôle d'engrais vert et protège le sol de l'érosion. D'autre part, en raison de la nature des herbes, les prairies peuvent séquestrer le carbone plus en profondeur dans les sols et même plus durablement. Les études scientifiques ont ainsi montré que les prairies pouvaient stocker entre 1,5 et 3 tonnes de carbone par hectare par an. Même si ce potentiel de séquestration est plus faible à celui obtenu par les forêts, il faut tenir compte du fait que les prairies peuvent encore servir de pâturage.

2.2 Test à petite échelle : une application en France par l'Institut Technique des Céréales et des Fourrages (1970-1998)

Depuis 1970, l'Institut Technique des Céréales et des Fourrages, à Boigneville dans l'Essonne, a conduit une expérimentation sur une vingtaine d'hectares pour évaluer les potentiels de séquestration de carbone dans les sols agricoles et les influences des différents types de culture (pour une synthèse voir MEDD [2001], Arrouays *et al.* [1999]). Quatre essais, dont deux essais de comportements destinés à apprécier les conséquences de la suppression du labour et son remplacement par un travail superficiel de la terre, furent expérimentés pour évaluer les rendements du blé et du maïs conduit en monoculture ainsi que le profil d'évolution du carbone séquestré. Par ailleurs, entre 1982 et 1994, un traitement secondaire a été mené pour comparer la restitution des résidus de culture (pailles de blé et de maïs laissées au sol) à la non restitution des résidus de culture. Ces données permettent de suivre l'évolution du carbone organique du sol au cours de trente années. Les prélèvements ont eu lieu tous les quatre ans dans chacune des quatre parcelles à l'essai. Les résultats ont montré qu'un léger accroissement du stock organique dans le traitement du labour avec restitution des résidus de récolte de 39,94 à 42,71 tonnes par hectare, soit une augmentation de 7%. D'autre part, le travail superficiel du sol et le semis direct ont

entraîné une augmentation plus importante du stock de carbone séquestré : de 39,88 à 45,62 tonnes par hectare pour le travail superficiel, soit une augmentation de 14%, et, de 40,27 à 45,51 tonnes par hectare pour le semis direct, soit une augmentation de 13%. Ainsi, sur la période d'expérimentation, 2,8 tonnes par hectare de carbone ont été stockées en plus pour le labour, 5,6 tonnes par hectare pour le travail superficiel et 5,2 tonnes par hectare pour le semis direct. Cette étude confirme bien l'idée d'une hétérogénéité du potentiel de pratique de séquestration car les stocks de carbone séquestrés à l'équilibre sont nettement différents suivant les modalités de travail du sol.

D'autres études ont été réalisées à partir de scénarios sur les différentes techniques de séquestration. Arrouays *et al.* [2002] présentent une évaluation des changement d'usage du sol ou de pratique de gestion susceptibles d'accroître le stockage du carbone. Sur une période de vingt ans en France, le flux de stockage additionnel de carbone par les terres labourées varie en fonction des pratiques et de la gestion des sols : non-labour (0,2 $\mp$ 0,13 tC/ha/an), culture intermédiaire par des engrais verts (0,16 $\mp$ 0,08 tC/ha/an), enherbement des vignes et des vergers (0,49 $\mp$ 0,26 tC/ha/an), conversion en prairie permanente (0,44 $\mp$ 0,24 tC/ha/an) ou encore afforestation (0,45 $\mp$ 0,25 tC/ha/an). Cette étude atteste ainsi d'une certaine hétérogénéité du potentiel de stockage du carbone.

2.3 Evaluation des coûts de stockage du carbone

La séquestration du carbone est assimilable à un bien publique pur vecteur d'externalité positive. Alors les exploitants agricoles n'adoptent pas forcement les techniques de séquestration les plus efficientes permettant de réaliser le niveau de séquestration globale optimal. Dit autrement, sans incitation ou contrainte externe, par exemple de la part d'une agence centrale, rien ne pousse les agriculteurs à séquestrer au-delà de ce qui leur est individuellement profitable. Ainsi pour atteindre un objectif de séquestration déterminé, les décideurs publiques peuvent décider de recourir à l'application d'un système de quotas échangeables. Le potentiel de pratiques de séquestration pour chaque sol agricole est différent dans l'espace, dans le temps et en fonction des techniques employées. Ainsi le recours à une politique de régulation efficace, par l'instauration d'un marché sur les tonnes de carbone séquestrées, favoriserait non seulement une appréciation correcte des coûts de séquestration (en niveau et à la marge) mais aussi rendrait compte plus fidèlement de cette hétérogénéité des pratiques.

Deux types de coûts économiques sont associés à la séquestration du carbone

dans les sols agricole :

- les coûts d'ajustement : La réduction du travail du sol ou l'aménagement des surfaces agricoles (plantation d'arbre et production de biocarburant) sont susceptibles d'affectés les coûts des exploitations agricoles. Bien que transitoires par nature, les coûts d'ajustement sont d'autant plus élevés que l'exploitant agricole doit s'éloigner de la gestion traditionnelle de son exploitation. Par ailleurs, les effets économiques sont aussi liés à l'augmentation ou à la baisse des consommations intermédiaires (réduction de l'emploi de machines, de carburant, de travail pour le labour profond conventionnel, ...)

- les coûts d'opportunité : Les revenus des exploitations agricoles sont modifiés si l'exploitant accroît le niveau de carbone séquestré dans ses sols ou si il diminue la vente de sa production agricole. Le coût d'opportunité rend compte des modifications de production agricole et reflète le prix associé à la tonne de carbone séquestrée. Les coûts d'opportunité apparaissent également en raison d'une hétérogénéité des pratiques de séquestration. En effet, lorsqu'un agriculteur s'engage dans une pratique de séquestration, il se prive de l'opportunité de mettre en oeuvre une pratique de séquestration dont le potentiel serait supérieur.

En présence de pratiques de séquestration différentes en terme de potentiel de stockage du carbone, il peut être nécessaire de recourir à un mécanisme de marché pour inciter les agriculteurs à adopter les pratiques les plus efficientes. Dans un tel système, les exploitants agricoles sont rémunérés sur la base de leurs efforts additionnels de séquestration en référence à la situation passée. Ainsi seul la séquestration de carbone supplémentaire, par rapport à la référence ("baseline") constituée par le stock séquestré avant la mise en oeuvre de la politique, est comptabilisée.

3 Le modèle

La littérature sur la séquestration du carbone propose de mettre en oeuvre une subvention ou des contrats (voir Antel *et al.* [2003] ou Chiroleu-Assouline et Roussel [2005]) afin de récompenser les efforts additionnels des agriculteurs les changements de mode d'exploitation pour accroître les réductions de gaz à effet de serre. Cependant, des difficultés existent quant à la définition du taux optimal de subvention ou

des termes du contrats. C'est pourquoi le recours à un mécanisme de droits de propriétés (Coase [1960] et Xepapadeas [1998]) apparaît comme une alternative possible pour inciter les agriculteurs à séquestrer du carbone dans leurs sols agricoles.

En effet, en présence d'externalité, le recours à un marché de permis négociables est susceptible de d'inciter les agriculteurs à adopter les pratiques optimales de séquestration. Depuis quelques années, les mécanismes de marché de permis négociables sont passé du stade de la représentation théorique (voir les articles fondateurs de Crocker [1966], Dales [1968] et Montgomery [1972]) à celui d'instrument de marché utilisé à grande échelle pour réduire notamment les émissions polluantes. En raison de l'asymétrie d'information, l'instauration d'un marché de permis d'émission négociables délègue la décision de dépollution aux agents qui connaissent spécifiquement leurs coûts de dépollution. Plus précisement, un marché de permis négociables consiste à "*mettre en place un système complet de marché concurrentiel flexibile qui marchandise les effets externes*". La présentation de la conception d'un marché de permis d'émission négociables est notamment donnée par Noll [1982].

D'autres extensions intéressante du pincipes de permis négociables ont été proposées par Boulding [1964] sur des droits échangeables de procréation "*tradable birth licences*", par Casella [1999] sur des permis de déficit budgétaire négociables "tradable deficit quotas" ou encore par Campens et Pratlong [2005] sur des heures de travail supplémentaire échangeables "*tradable working hours*". Nous proposons d'étendre cette littérature à la problématique de la séquestration du carbone dans les sols agricoles. Dans ce papier, nous imaginons ainsi un principe de quotas négociables sur le carbone séquestré.

Considérons un marché agricole, $i = 1, ..., n$, sur lequel des agriculteurs produisent un bien homogène q_i dont la production est source d'un niveau s_i de séquestration du carbone. La variable q_i peut aussi s'interpréter comme la surface de terre agricole mise en culture. $x_i = (x_{i1}, x_{i2}, ..., x_{iM})$ est le vecteur des M inputs utilisés dans le production agricole. Certains de ces inputs peuvent être utilisés pour séquestrer du carbone dans les sols agricoles. L'ensemble des possibilités de production est défini par les combinaisons (q_i, s_i, x_i) techniquement réalisables étant donné la structure technologique du secteur agricole. Le bénéfice de la production agricole en terme de séquestration est évalué par :

$$B_i(s_i) = \max_{q_i \geq 0} \Pi_i = \max_{q_i \geq 0} [pq_i - C_i(q_i, s_i)] \qquad \text{avec } B_i''(s_i) < 0 \qquad (1)$$

Le prix de la production agricole p est exogène et w représente le vecteur des prix concurrentiels des facteurs. Soit la fonction de séquestration $s_i = s_i(q_i, \theta_i)$ dépendante de q_i le niveau de production et de θ_i le potentiel de changement de

pratique de séquestration. Ce potentiel reflète l'efficacité de la pratique de séquestration utilisée. Cette fonction est croissante en q_i et convexe pour tout niveau de pratique de séquestration. Elle est décroissante en θ_i et convexe pour tout niveau de production. La convexité de la fonction de séquestration signifie que des efforts de séquestration de plus en plus importants permettent d'obtenir un niveau de séquestration plus important mais à un taux décroissant. L'efficacité de la pratique de séquestration θ_i reflète le changement dans la technique de séquestration et est défini par l'écart entre la technique $t_i^{\sup}$ de séquestration la plus efficiente et la technique t_i de séquestration courante utilisée par la source agricole i, soit $\theta_i = t_i^{\sup} - t_i$ avec $t_i \in \left[t_i^{\inf}\ ,\ t_i^{\sup}\right]$. Ainsi, plus la pratique de séquestration utilisée est éloignée de la technique de séquestration la plus efficace, t_i petit, plus le potentiel de changement de pratique est important, θ_i grand, et plus le niveau de carbone séquestré est faible, s_i petit.

Soit la fonction de coût $C_i(q_i, \theta_i)$ convexe définie par :

$$C_i(q_i, \theta_i) = \min_{x_{ii} \geq 0} wx_i \tag{2}$$

$$sc\ f(x_i) \geq q_i \tag{3}$$

$$sc\ h_i(x_i) \geq \theta_i \tag{4}$$

où $f(x_i)$ est la fonction de production deux fois différentiables et concave et où $h_i(x_i)$ est la fonction indiquant le niveau θ_i du potentiel de changement de pratique deux fois différentiables et concave.

Considérons l'instauration d'un système de quotas transférables de carbone séquestré. L'agence centrale se propose de réguler le niveau de séquestration, qui est un bien public pur, à moindre coût avec pour objectif d'atteindre un maximum global $\bar{S}$ de carbone séquestré. Cette agence détermine un objectif de séquestration globale et fixe donc pour chaque source agricole considérée une contrainte en terme de séquestration. Après l'attribution initiale des quotas, les échanges sont autorisés. Les quotas sont alloués par rapport au niveau de référence passé. Soit $\bar{S} = \sum_i \bar{s}_i$ l'objectif de séquestration, où s_i définit la contrainte de carbone à séquestrer dans les sols pour l'agriculteur i. Ces contraintes sont attribuées aux différents agriculteurs en fonction d'un niveau de séquestration de référence observé par l'agence centrale dans le passé. Ainsi l'effort de séquestration pour un agriculteur i est d'autant plus important qu'il a séquestré par le passé un niveau élevé de carbone.

Après l'attribution initiale des contraintes, le demande nette de quotas en carbone séquestré est définie par $z_i = s_i - \bar{s}_i$ avec $s_i = s_i(q_i, \theta_i)$. Chaque source agricole doit donc être en possession de quotas à concurrence de son niveau de carbone

séquestré de telle façon que la contrainte globale soit respectée $\sum_i s_i = \bar{S}$. Si une source agricole ne possède pas de quotas en nombre suffisant, elle devra en acquérir sur le marché, au contraire elle pourra vendre ses quotas en cas d'excédent. Deux situations possibles caractérisent la position des sources agricoles sur le marché des quotas de carbone séquestré. Si $z_i = s_i - \bar{s}_i > 0$, alors la source agricole i vend ses quotas car elle séquestre au delà de sa contrainte. En revanche, si $z_i = s_i - \bar{s}_i < 0$, alors la source agricole i achète des quotas pour satisfaire sa contrainte car son niveau courant de séquestration est plus faible. La première position revient donc à subventionner les sources agricoles qui auront réalisé un effort de séquestration supplémentaire alors que la dernière position correspond à une pénalité pour les sources agricoles ayant relâché leur effort de séquestration.

Supposons un marché concurrentiel de quotas transférables en carbone séquestré, chaque source agricole i fait alors un arbitrage entre le recours au marché des quotas et l'adoption d'une technique de séquestration plus efficiente. Les sources agricoles déterminent leur niveau de production et leur technologie de séquestration à partir du programme de maximisation de leur profit :

$$\max_{q_i,\theta_i \geq 0} \Pi_i = \max_{q_i,\theta_i \geq 0} pq_i - C_i(q_i, \theta_i) + P^S[s_i(q_i, \theta_i) - \bar{s}_i] \tag{5}$$

avec P^S le prix d'une tonne de carbone séquestré. Ce prix s'interprète comme une subvention obtenue par les sources agricoles pour leur effort de séquestration additionnelle dans les sols agricoles. Inversement, ce prix s'apparente à une pénalité si l'effort de séquestration est dégradé. Les conditions nécessaires et suffisantes pour la maximisation du profit permettent de déterminer le choix optimal de production q_i^* et de pratique de séquestration θ_i^* tel que :

$$p - \frac{\partial C_i}{\partial q_i} + P^S \frac{\partial s_i}{\partial q_i} \leq 0 \quad \text{avec une égalité si } q_i^* \geq 0 \tag{6}$$

$$-\frac{\partial C_i}{\partial \theta_i} + P^S \frac{\partial s_i}{\partial \theta_i} \leq 0 \quad \text{avec une égalité si } \theta_i^* \geq 0 \tag{7}$$

A l'optimum, chaque source agricole égalise son coût marginal de production augmenté de la rémunération supplémentaire de la séquestration au prix du produit agricole. D'autre part, la condition [7] montre que chaque source égalise son coût marginal de séquestration associé à la contrainte $\bar{s}_i$ au prix des quotas séquestré. Ces conditions permettent de déterminer la valeur de la production agricole q_i, du

potentiel de changement de pratique de séquestration θ_i et du niveau de séquestration s_i en fonction du prix du produit agricole et du prix de la tonne de carbone séquestré : $q_i^* = q_i^*(p, P^S)$, $\theta_i^* = \theta_i^*(p, P^S)$ et $s_i^* = s_i^*(p, P^S)$.

La demande/offre de quotas de la source i est ainsi exprimée à partir de son coût marginal de séquestration associé au potentiel de changement de pratique. Les sources ayant un potentiel de séquestration à moindre coût décide alors de séquestrer davantage que leur contrainte imposée $\bar{s}_i$ et de vendre sur le marché leurs quotas excédentaires, pour un montant égal à la différence entre leur niveau effectif de séquestration et leur contrainte initiale. L'agrégation des demandes individuelles de quotas de carbone séquestré détermine la demande totale de quotas, l'offre étant définit au niveau de la contrainte $\bar{S}$. Le fonctionnement du marché aboutit alors au prix d'équilibre P^S. Ce prix reflète la valeur duale associée à la contrainte globale de séquestration. En outre, plus la contrainte globale initiale $\bar{S}$ sur l'objectif de séquestration est importante et plus le prix de la tonne de carbone séquestré est élevé. En effet, un objectif initial de carbone séquestré élevé est associé à un effort de séquestration d'autant plus important pour les différentes sources. Ainsi au niveau agrégé $S_i - \bar{S}$ est élevé. Par conséquent, plus l'effort de séquestration est grand et plus important sera le niveau de subvention accordé en récompense à la source agricole i pour avoir séquestré au delà de sa contrainte.

Etudions maintenant quelle est l'influence d'une modification du prix de la tonne de carbone séquestré P^S sur le niveau de production et sur le pratique de séquestration ainsi que sur le niveau de carbone séquestré pour chaque source agricole i. A partir des conditions du premier ordre, pour une solution intérieure, la matrice de statique comparative s'écrit telle que :

$$\begin{pmatrix} -C_{q_iq_i} & P^S s_{q_i\theta_i} \\ -C_{\theta_iq_i} & P^S s_{\theta_i\theta_i} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{\partial q_i^*}{\partial P^S} \\ \frac{\partial \theta_i^*}{\partial P^S} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} s_{q_i} \\ s_{\theta_i} \end{pmatrix}$$

Donc, les résultats de statiques comparatives sur la production et la technique de séquestration sont donnés par :

$$\frac{\partial q_i^*}{\partial P^S} = \frac{-P^S(-s_{q_i}s_{\theta_i\theta_i} + s_{\theta_i}s_{q_i\theta_i})}{D} > 0 \tag{8}$$

$$\frac{\partial \theta_i^*}{\partial P^S} = \frac{-s_{\theta_i}C_{q_iq_i} + s_{q_i}C_{q_i\theta_i}}{D} < 0 \tag{9}$$

avec $D = -P^T[C_{q_iq_i}S_{\theta_i\theta_i} + S_{q_i\theta_i}C_{\theta_iq_i}] < 0$,

et $C_{q_i q_i}$, $S_{\theta_i \theta_i} > 0, \quad S_{q_i \theta_i} > 0, \quad C_{\theta_i q_i} > 0.$

Proposition 1 *Une hausse du prix de la tonne de carbone séquestré accroît le niveau de production agricole (ou la surface de sols mis en culture) et incite les sources agricoles à adopter des techniques de séquestration plus efficientes dont le potentiel de séquestration est plus élevé.*

Par conséquent, une augmentation du prix des quotas de carbone séquestré, via un resserrement de la contrainte globale de l'objectif de séquestration $\bar{S}$, induit une hausse du niveau individuel (et donc global) de séquestration pour chaque source agricole.

$$\frac{\partial s_i^*}{\partial P^S} = \frac{\partial s_i^*}{\partial q_i}\frac{\partial q_i^*}{\partial P^S} + \frac{\partial s_i^*}{\partial \theta_i}\frac{\partial \theta_i^*}{\partial P^S} > 0 \tag{10}$$

Le recours à un système de quotas de carbone séquestré favorise ainsi l'obtention d'un niveau de séquestration plus important et encourage les sources à des efforts supérieurs en matière de pratique de séquestration. Ce système basé sur une approche réglementaire est assimilable à un marché de droits de propriété sur les tonnes de carbone séquestré où le prix d'échange s'apparente à une subvention pour récompenser les efforts additionnels.

4 Conclusion

Le recours à un mécanisme de marché portant sur les tonnes de carbone séquestrées apparaît être une option envisageable pour inciter les agriculteurs à séquestrer davantage de carbone dans leurs sols agricoles. Un tel dispositif repose sur la définition d'un objectif de séquestration globale et laisse à chaque exploitant le décision optimale d'entreprendre des efforts additionnels ou de recourir au marché des tonnes de carbone séquestrées. Ce mécanisme s'apparente ainsi à un contrat individuel sur l'exploitation présentant l'avantage de favoriser la séquestration à moindre coût, étant donné que les sources les plus efficientes à la séquestration auront l'intérêt d'entreprendre de le stockage du carbone dans leurs sols. Toutefois, d'autres extensions de ce papier sont possibles pour permettre une meilleure prise en compte des spécificités liées au stockage du carbone comme la dynamique d'accumulation et de déstockage du carbone dans les sols agricoles.

5 Bibliographie

Albrecht A. et Kandji S.T. [2002] : "Carbon Sequestration in Agroforestery Systems", *Agriculture Ecosystems and Environment Press.*

Antel J., Capalbo S., Mooney S., Elliot E. et K. Paustian [2003] : "Spatial heterogeneity, contract design and the efficiency of carbon sequestration policies for agriculture", *Journal of Environmental Economics and Management*, n°46, p. 231-250.

Arrouays D., Deslais W., Daroussin J., Balesdent J., Gaillard J., Dupouey, J.-L., Nys C., Badeau V. et Belkacem S. [1999] : "Stocks de carbone dans les sols en France, quelles estimations ?", *Comptes-Rendus de l'Académie d'Agriculture de France*, 85(6), 278-292.

Arrouays D., Balesdent J., Germon J.C., Jayet P.A., Soussana J.F. et P. Stengel [2002] : "Stocker du carbone dans les sols agricoles de France ?", *Synthèse du rapport d'expertise réalisé par l'INRA*, Ministère de l'Ecologie et du Développement Durable, Octobre 2002.

Boulding K. [1964] : *The meaning of the twentieth century*, New-York, Harper and Row.

Casella A. [1999] : "Tradable deficit permits: efficient implementation of stability pact", Economic Policy, n°29, 323-47.

Campens E. et F. Pratlong [2005] : "Working hours for sale", Document de Travail.

Chiroleu-Assouline M. et S. Roussel [2005] : "Incentives mechanisms to sequester carbon in agricultural soils", présenté au XXIIème Journées de Microéconomie Appliqué, Hammamet, Mai 2005.

Coase R. H. [1960] : "The Problem of Social Cost", *Journal of Law and Economics*, 1-44. Reprinted in Ackermann, Bruce A., *Economic Foundations of Property Law*,Boston,Little Brown,1975,17-22.

Crocker T. [1966] : "Structuring of atmospheric pollution control system", in Wolozin H. (ed), The Economics of Air Pollution, New-York: W.W. Norton

Dales J.H. [1968] : *Pollution, Property and Prices*, Toronto University Press.

FAO [1996] : "La séquestration du carbone dans les sols pour une meilleure gestion des terres", Document de travail du Département de l'Agriculture.

Laffont J.-J. [1988] : *Fondements de l'Economie Publique*, Economica 1(2).

Ministère de l'Ecologie et du Développement Durable [2001] : "Des essais agronomiques de longue durée sur la séquestration du carbone dans les sols", *Recherche Environnement*, n°5.

Montgomery D. W. [1972] : "Markets in Licenses and Efficient Pollution Control Programs", *Journal of Economic Theory*, p. 395-418.

Nelson R. [1999] : "Carbon Sequestration opportunities", Policy report from the Policy Analysis Workshop.

Noll R.G. [1982] : "Implementing marketable emission permits", American Economic Review, n°72(2), p. 120-124.

Recous S. et F. Laurent [2001] : "Matières organiques et travail du sol", *Du labour au semis direct : Enjeux agronomiques*, INRA.

UNFCCC [1997] : "Protocole de Kyoto à la convention-cadre des Nations Unies sur le changement climatique".

Williams J.R., T.D. Aller et RG Nelson [2000] : "Carbon Sequestration: an Overview of the Issues", presenté à *Risk and Profit 2000 Conference,* Departement of Agricultural Economics, Kansas State University.

Xepapadeas A. [1998] : *Advanced Principles in Environmental Policy*, Edward Elgar Publishing Limited Cheltenham.